制約条件の理論による多目的システムの改善

八 木 英 一 郎

Improvement of Multi-Objective System Using Theory of Constraints

Eiichiro YAGI

Abstract

Theory of constraints (TOC) makes it possible to clearly recognize weak point of the constraint conditions in the system by setting the desired benefit as a goal. That is to say, the weak point will become the point of improvement point in the system that can achieve total optimization. Then, the benefit of setting an object will be increased. However, in reality, for business activities, it is necessary to consider various factors besides the profit such as CSR (corporate social responsibility), competitive advantage and morale of employees. For this reason, a company is considered a multi-purpose system, rather than a single-purpose system to " make money " in TOC. Therefore, this paper considers application of TOC to multi-purpose system, and further conditions of constraints. Then, it will point out that new constraints–satisfying constraints are crucial as well as two existing constraints–policy constraints and physical constraints. It also implies that with such constraints, it will possibly define parts of change in the constraints and it will gain large effects by improve pinpoint thing or change of policy.

1　研究目的

制約条件の理論（Theory Of Constraints：TOC）については小説形式で述べられた実務的な文献が多く（２節で詳述），これらの文献における適用範囲が生産管理，サプライチェイン，プロジェクト管理などオペレーションズ・マネジメントの分野において述べられてきたため，TOC に関する研究論文もオペレーションズ・マネジメントの面から述べられているものが多い。しかし，TOC の基本的な考え方の一つである「改善の５ステップ」［１］を用いることにより，対象となるシステムの全体最適を目指すことで，その改善ポイントを明確に示すことができるため，単にオペレーションズ・マネジメントだけでなく，経営の全場面に対して適用できる可能性を持っている。このような認識に基づき，文献［２］では，線形計画モデルで示すことのできる対象について TOC の「改善の５ステップ」による改善が適用できることを示し，文献［３］においては，TOC では企業活動を念頭におき利益を全体最適のため指標とする単一目標システムとして扱うことが多いが，現実の企業活動における多目的システムに対して，その中でも最も単純な多目的線形計画モデルで表現することのできる対象に対する適用法を提案した。以上をもとに，本論文では，より一般的な場面である一般的な多目的システムに対する TOC の適用と，その際に生じる制約条件について考える。

2　制約条件の理論の概要

TOC の概要を以下に示す[1)]。TOC は1970年代後半にエリヤフ・ゴールドラットが，その基本的原理をわかりやすく説明した小説「The Goal」［４］を出版したところからはじまる。その後 TOC が普及していく中で，TOC に基づく生産部門の改善活動を進めるにあたり，企業における方針上の制約条件が大きな障害になることがたびたび生じたり，また TOC により生産能力が余剰が生まれた場合，それに対応して売り上げが伸びないなどの問題に対処するために，思考プロセス（TP：Thinking Process）と呼ばれる手法が提案された。これらの手法は1980年代後半から開発され始め，これを機に TOC は製造業における生産以外の問題に対しても用いられ始めた。現在，TOC は次のような分野から構成されている。

・TOC の基本的な考え方と改善の５ステップ
・TOC スループット会計

・TOC 生産管理
・TOC 思考プロセス
・TOC プロジェクト管理

TOC は日本においては1990年代後半からその紹介が始まり，2001年以降にゴールドラットの小説の邦訳が出版される[2)]など，本格的な普及が始められた。

3　本論文で取り上げる TOC

本研究では前節で述べた TOC の諸分野の中でも，特に「TOC の基本的な考え方と改善の５ステップ」を取り扱う。TOC では企業の目的を「将来にわたって金を儲けること」と定義し，そのための評価尺度をスループット（単位期間当たりの利益）としている。そしてスループットの増大を妨げているものを制約条件と認識し，この制約条件を取り除くという考え方により改善を進めている。具体的に改善を進めるプロセスは次に示す「TOC の改善の５ステップ」となる[3)]。

１．システムの制約条件を見つける
２．制約条件を徹底的に活用する
３．制約条件以外のすべてを制約条件に従属させる
４．制約条件の能力を高める
５．制約条件が解消されたら，最初のステップに戻る。しかし惰性が制約条件とならないようにする。

この５ステップの例として，文献［１］では製造業の例を用いて示している。

本論文ではこの「TOC の基本的な考え方と改善の５ステップ」を多目的システムに適用する場合，どのように取り扱うべきかを多目的計画問題の枠組みを用いて考察し，提案する。

4　線形計画問題として扱うことのできるシステムへの TOC の適用

4.1　単一目的システムへの TOC の適用

文献［２］では単一目的システムへの次のように TOC を適用を提案している。単一目的のシステムは，操作可能な変数の集合（ベクトル）を $\boldsymbol{x}$，それぞれの制約を表すベクト

ルを $\mathbf{A}$，目的変数を T とすると，次のように定式化できる。

$$\max T = o(x) \tag{1}$$

s.t.

$$f(x) \in \mathbf{A} \tag{2}$$

その中でも目的関数，制約条件を線形の数式で表すことができる場合，線形計画問題として表すことができる。線形計画問題は，操作可能な変数を x_j（ただし $1 \leq j \leq n$），モデルにおける定数を a_{ji}，b_i，c_j とすると目的関数

$$\max T = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{3}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, \cdots, m_1 \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \quad i = m_1 + 1, \cdots, m \tag{5}$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad j = 1, \cdots, n$$

と表すことができ，その最適解は現在では単体法などを用いて求めることがほぼ可能となっている［13］。

以上のような線形計画問題により TOC と改善の５ステップの考え方「利益の増大を目的として，それを増やすことにより生じる制約を見つけ，その制約の改善を図る。」をモデル上で表現できる。すなわち企業システムを次のような線形計画モデル

$$\max T = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{6}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, \cdots, m_1 \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \quad i = m_1 + 1, \cdots, m \tag{8}$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad j = 1, \cdots, n$$

で表すと TOC の改善の５ステップは

1．システムの制約条件を見つける→制約となる制約条件式(i)

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i$$

を特定する

2．制約条件を徹底的に活用する

3．制約条件以外のすべてを制約条件に従属させる

この２つのステップは合わせて次のようになる

→ステップ１で特定された制約条件式(i)を満足する内で最良の T となるような $\boldsymbol{x}=(x_1, \cdots, x_n)$ を選定する

4．制約条件の能力を高める

→Ｔをより大きくするように，ステップ１で特定された制約条件式(i)を規定している事柄の改善を行う

5．制約条件が解消されたら，最初のステップに戻る。しかし惰性が制約条件とならないようにする。

→ステップに戻り新たな制約となる制約条件（i*）を特定する。その際に，これまでの手順にとらわれないようにする。

とすることができる。

4.2　多目的システムへの TOC の適用

文献［３］では多目的システムへの TOC の適用を次のように提案している。複数の目的を持つシステムを多目的システムと呼ぶ（[14]―[17]）。多目的システムは，目的関数を $f_k(\boldsymbol{x})$：$k=1, \cdots, n$，制約条件を $C(\boldsymbol{x})$ で表すと，次のように定式化できる。

$$\max f_k(x) \quad k=1, \cdots, n \tag{9}$$

s.t.

$$x \in C(x) \tag{10}$$

その中でも目的関数，制約条件を線形の数式で表すことができる場合，線形計画問題として表すことができる。

$$\max z_k(x) \quad k=1, \cdots, n \tag{11}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \quad i=1,\ \cdots, m_1 \tag{12}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \quad i=m_1+1,\ \cdots, m \tag{13}$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad j=1,\ \cdots, n$$

通常，このような問題を解くためには，何らかの評価規範を導入し目的関数を単一の値に変換しなければならない（スカラー化)。そのための方法として広く用いられているのは評価項目の重要度を導入し，各目的関数の値を加重和する方法である（[18］など)。加重和において，注意しなければならないのは，ウェイトの比と代替案の集合の形状（傾き）の両者により解が定まる，という点である。このため，すべての評価項目のウェイトを等しくしても必ずしも各評価項目の値が同等の案が選ばれるとは限らない。このような状況が生じるのは代替案の集合が，評価項目の選好とは無関係に，現実の制約により定まるためである［19]。

さらに，加重和を行う方法の問題点として認識しておかなければならないことは，ウェイトをつける際の困難性である。例えば，数件の新規商品開発計画がありこのときの評価項目として売上，利益，シェア，企業イメージなどを考えるとする。この評価を重み付け評価法で行うとするならば，先に述べたように，売上・利益・シェア・企業イメージの１単位に対するウェイトを求めなければならない。そして，そのためには売上・利益・シェア・企業イメージ１単位はどの程度になるかを定めなければならない。当然，これらを定めることは困難であり，得られたウェイトの信頼性も低いことが想定される。このような場面に代替案に対して得られた結果が僅差である場合，感度分析を行って，さらに細かい分析を加え，再評価を試みなければならない。

また，加重和において総合評価をよくしようとする場合は，各評価項目の値をよくしなければならないが，各評価項目の値を独立に定めることができる場合は少なく，ある評価項目をよくすると，他の評価項目の値が悪くなる（あちらを立てれば，こちらがたたず）ことが多いため，特に現実の企業のような複雑なシステムにおいてはこれをコントロールすることは難しい。

一方，各評価項目についてある水準以上ならばよしとする代替案を選ぶ満足化の考え方がある［20]。しかしTOCにおいては目的を最大化させるときに生じる制約条件に対して，改善などのアプローチをとるため，満足化された状態が得られれば，それ以上の改善を行うことはできない。このため，単純な満足化では不十分となる。

以上のような特性に鑑み，文献［３］においては，最も重要な評価項目をTOCにおけ

る目的関数と定め，その他の項目についてはある水準を満足していればよいとする満足水準を定め，その満足水準を満足しているならばよしとする制約条件として扱うことを提案した。すなわち，先の多目的線形計画問題

$$\max z_k(x) \quad k=1,\ \cdots, n \tag{14}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \quad i=1,\ \cdots, m_1 \tag{15}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \quad i=m_1+1,\ \cdots, m \tag{16}$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad j=1,\ \cdots, n$$

において，TOC を適用するための準備として，「n 個の多目的目的関数の中から主となる目的関数を一つ定め，その他の目的に関してはあるレベル以上ならば満足となる満足条件を追加することで，制約条件に変換する。」という措置を取る。従って上記の多目的問題を主となる目的を l とすると

$$\max z_l(x) \tag{17}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \quad i=1,\ \cdots, m_1 \tag{18}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \quad i=m_1+1,\ \cdots, m \tag{19}$$

$$z_k(x) \geq c_k \quad k=1,\ \cdots l-1, l+1,\ \cdots, n \tag{20}$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad j=1,\ \cdots, n$$

という形に変換する (ただし c_k は目的 k の満足レベルを示す)。

以上のような目的に対する変換を施すことで，単一目的の線形計画モデルの際の適用法がそのまま適用できる。

5　一般的な多目的システムへの TOC の適用

5.1　提案するステップ

組織（企業）を一般的な多目的システムと想定して前節の議論を適用しようとすると，その最大の問題は制約条件や目的関数を明確に定式化することができないところにある。このため，数理計画法などにより最適解をもとめることができないが，TOC においては目的の増加を制約するものがシステムの制約条件となるため，システムの全体像の定式化が不明確な場合でも，対象とするシステムの改善のポイントをある程度でも特定することが可能となる。

先に述べたように，複数の目的を単一の目的に変換することで，一般の多目的システムに対しても次のような形で TOC の５ステップを適用することができる（ただしオリジナルのステップ２と３はペアで実施することとなるため一つのステップとした）。

１．単一目的への変換

最優先される目的を主目的とし，その他の目的については満足条件を設定する。

２．改善の実施

（ａ）主目的の増大を妨げるシステムの制約を見つける

（ｂ）制約となっている部分の徹底的な活用を図り，制約以外のすべてを制約に従属させる

（数理計画法の最適化に相当）

（ｃ）さらに主目的の増大を図る場合は，その制約自体の変更（能力を高める，方針を見直す，満足化を変更するなど）を試みる

（数理計画法の制約条件の変更に相当）

３．フィードバック

制約が解消されたら，２(a) に戻る（この際に惰性（これまでに実施してきた方策）が制約条件とならないようにする)。または，主目的が満足できる状態となった場合は１へ戻る。

5.2　制約の取り扱い

TOC における制約は文献［１］では工程能力などの物理的に処理が不可能となる物理制約と，その組織の持っている方針に起因する方針制約が述べられており，これらが制約として取り扱われている。これらに加えて，先に提案された多目的システムにおける TOC の適用法では，主目的とならない目的に新たに満足化の条件を導入するため，導入

された満足化の条件が新たな制約となり得る。すなわち，本論文で提案した方法における制約は次のようになる。

・方針制約
・物理的制約
・満足制約

一方，数理計画問題として考えた場合，これらの制約の解消は，方針制約の解消は最適解の導出する過程で生じる制約，及び，定式化自体の変更による制約の解消とみなすことができる。詳細を図１から図３を用いて示す。各図は，２目的の例を用いており，縦軸に主目的を，横軸にその他の目的（目的１）を示しており，それぞれ値が上側，右側にあるほど，評定者にとり望ましいことを示している。目的１に関しては満足制約が破線で示したレベルより右側にあればよいことを示している。また，物理的な制約は点線で示しており，点線の左側・下側が実行可能な解が存在していることを示している。

図１は方針制約の解消に関するものであり，方針制約により，主目的について左側の解で示されたレベルで制約されているものが，方針制約を解消することによって右側で示すレベルまで伸びることを示している。一般に，方針制約は目的の増大を妨害する社内のルールや規則とされているが，法律や企業倫理に関するものなどについては，制約を堅持しなければならず，すべての方針制約が解消可能なわけではない。しかし，TOC においては方針制約については対立解消図などを用いて，それぞれのルールを矛盾させない新たな

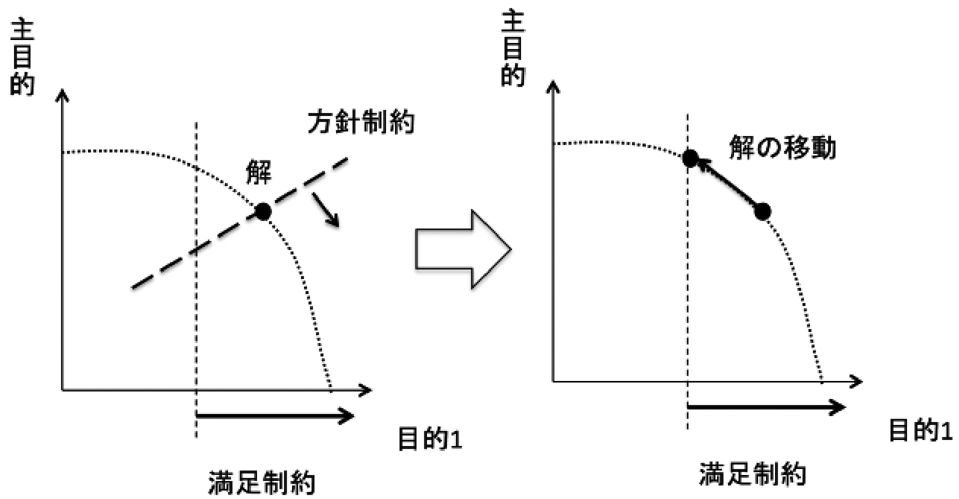

図１　方針制約の解消

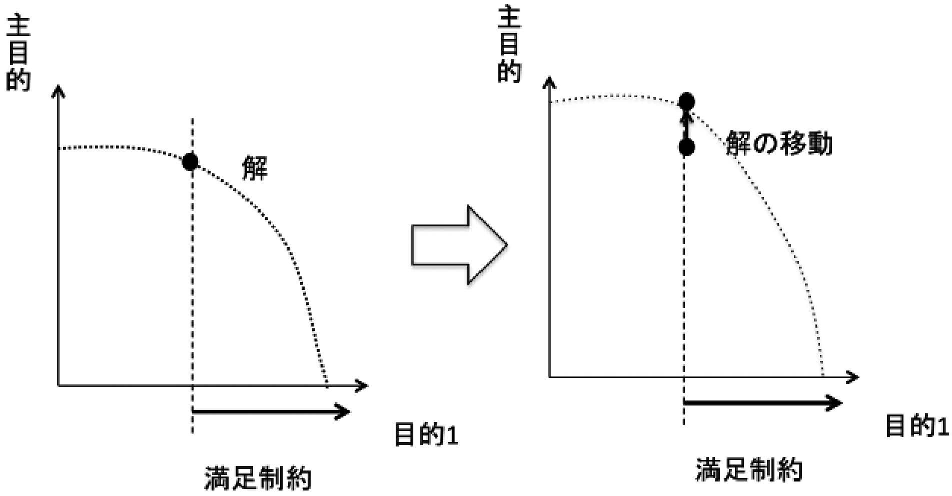

図２　物理的制約の解消

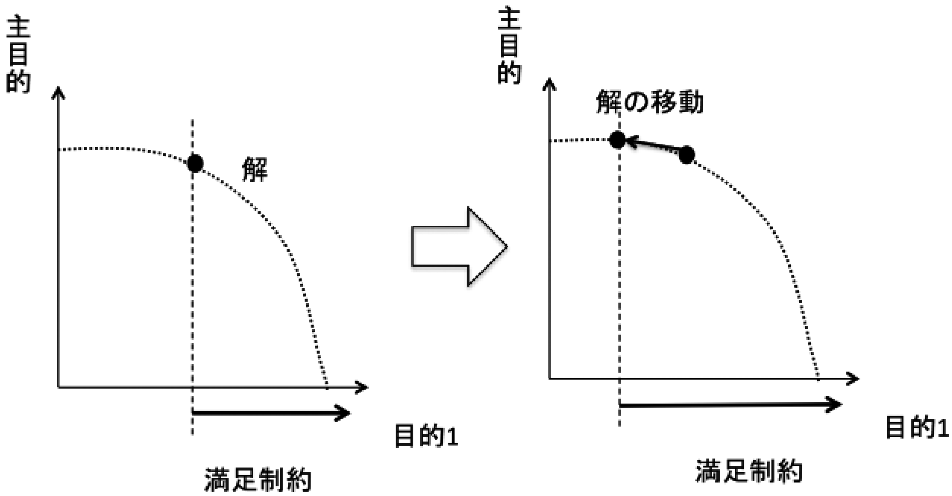

図３　満足制約の解消

方針を策定することを勧めている。

図２は物理的制約の解消に関するものであり，物理的制約の解消により，主目的の値を増大させている。物理的制約の解消に当たっては，制約となっている部分に対して，処理能力の追加や改善による能力向上などが，述べられている。

図３は満足制約の緩和することで，主目的の値が増大することを示している。この場合，設定した満足条件の再検討を行うことになるが，状況によっては（例えば，図３において点線で示されている物理的制約が x 軸にほぼ並行である場合）満足制約を緩和して

も，主目的の値が増大しない場合がある。また，図では示していないが，主目的以外の目的が複数存在する場合，解が存在しない可能性もある。

6　結論

一般的な多目的システムにおいて，制約性の理論の考え方を導入することで，システムの改善部分を特定し，主目的の改善を図る方法を提案し，その際に生じる制約条件について，従来から述べられている方針制約・物理的制約に加え，満足制約が生じることを示した。この特徴として，制約について変更する部分の特定が可能となり，ピンポイントの改善や方針の変更で大きな効果が得られる可能性が生じる。

註

1）文献［5］，［6］及び，特にこれらをまとめた［2］第2節をもとに記述。

2）邦訳されたものには［7］［8］［9］［10］［1］［11］［12］などがある。

3）TOC の改善の5ステップについては文献により若干の表現の違いがみられるが，ここでは文献［1］による。

参考文献

［1］ゴールドラット著，三本木亮訳，「ゴールドラット博士のコストに縛られるな」，ダイヤモンド社，2005

［2］八木英一郎，“制約条件の理論（TOC）に基づく改善に対する一考察”，東海大学紀要政治経済学部，No.44，pp265-275，2012

［3］八木英一郎，“制約条件の理論（TOC）における複数目標の取り扱いの提案”，東海大学紀要政治経済学部，第45号，pp189-202，2013

［4］Goldratt M Eliyahu, CoxJef, The Goal: A process of ongoing Improvement」, North River Pr.,1992

［5］McMullen B Thomas,「Introduction to the Theory of Constraints（TOC）Management System」, St. Luioe Press / APICS Series on Constraints Management,1998

［6］加藤治彦，竹之内隆，村上悟，「TOC 戦略マネジメント」，日本能率協会マネジメントセンター，1999

［7］ゴールドラット著，三本木亮訳，「ザ・ゴール」，ダイヤモンド社，2001

［8］ゴールドラット著，三本木亮訳，「ザ・ゴール2」，思考プロセス，ダイヤモンド社，2002

［9］ゴールドラット著，三本木亮訳，「チェンジ・ザ・ルール」，ダイヤモンド社，2002

［10］ゴールドラット著，三本木亮訳，「クリティカルチェーン」，ダイヤモンド社，2003

［11］ゴールドラット著，三本木亮訳，「ザ・チョイス」，ダイヤモンド社，2008

［12］ゴールドラット著，三本木亮訳，「ザ・クリスタルボール」，ダイヤモンド社，2009

［13］今野浩，「線形計画法」，日科技連，1987

[14] ラルフ・L・キニー，ハワード・ライファー共著，高原康彦，高橋亮一，中野一夫，監訳，「多目標問題解決の理論と実例」，構造計画研究所，1975
[15] 市川惇信編，「多目的決定の理論と方法」，計測自動制御学会，1975
[16] 伏見多美雄，福川忠昭，山口俊和，「経営の多目標計画」，森北出版，1987
[17] J・P・イグナチオ，高桑宗右ヱ門訳，「単一目標多目標システムにおける線形計画法」，コロナ社，2000
[18] 八木英一郎，“重み付け評価法に関する考察”，東海大学紀要政治経済学部，第30号，pp195-204，1998
[19] 中山弘隆，“対話型多目的計画法—方法と応用”，オペレーションズ・リサーチ，Vol.33，pp.375-381，1988
[20] 宮川公男，「意思決定論—基礎とアプローチ」，中央経済社，2010