制約条件の理論（TOC）に基づく改善に対する一考察

八 木 英 一 郎

A Study of Improvement Based on Theory of Constraints

Eiichiro YAGI

Abstract

This paper will examine applicability of the theory of constraints, TOC and assess the foundation of the theory of constraints and five step improvements. Theory Of Constraints (TOC) is management philosophy proposed by E. M Goldratt in 1984. Initially, TOC focused on the area of production control and management accounting. Later, it extended to the areas of project control, thinking process. Currently it covers not only operations management but also management in general. One of the main characteristics of TOC is so called "the five steps of improvement". The first step is to identify the constraint; the second step is to decide how to exploit the constraint; the third step is to subordinate all other processes to above decision; the fourth step is to elevate the constraint; and final step is to return the first step if, as a result of these steps, the constraintshave gone. The fifth step also indicates not to let inertia become the constraint. Referring to the five steps of improvement and theoretical ground of the TOC, this paper will examine theoretical background in the cases of mathematical models with liner programming and constraints. It will also examine to what extent the TOC would apply for analyzing non-profit organizations and organizations with multi purposes/goals.

1．目的

制約条件の理論（Theory Of Constraints：以下 TOC）はエリヤフ・ゴールドラットがその著書「The Goal」［Goldratt Cox, 1992］の中で提唱した考え方で，当初は生産管理や意思決定会計（管理会計）の分野を中心に構成されていたが，その後，プロジェクト管理や思考プロセスなどが付加され，現在ではオペレーション・マネジメント全般を包含するような形で広がっている．しかし TOC は考え方を啓蒙するための小説やビジネス書による解説が中心となっており，その理論的な根拠は必ずしも明確化されていない。本論文では，これらの TOC の理論の原点となっている制約条件とそれによる改善手順について，制約条件と目的関数が線形の数式モデルとして表現できる場合について適用し，TOC における改善の考え方の妥当性を検証し，さらにその適用範囲について考察する．

2．TOC の概要と本論文における対象

2．1　TOC の概要 1)

TOC は1970年代後半にエリヤフ・ゴールドラットが OPT（Optimized Production Technology）という生産管理のためのスケジューリングソフトウェアを開発し，それを導入した工場では生産性が大幅に改善し，生産リードタイムが劇的に減少するという効果が出て注目されるようになったことから始まる。その後，ゴールドラットは OPT の普及のために，その基本的原理をわかりやすく説明した小説「The Goal」を出版し，その小説がベストセラーになった。ところが，小説を読んだ読者の手紙の中に，自社工場で小説にあるような改善を実施したところ，小説と同様に劇的な成果が出たという事例があったことをきっかけに，OPT が成果の源ではなく，OPT の背後にある原理を理解しないと，その効果は上がらないことに気づき，この原理を TOC と名付けた。

TOC に基づく生産部門の改善活動を進めるにあたり，企業における方針上の制約条件が大きな障害になることがたびたび生じ，また TOC により生産能力に余剰が生まれた場合，それに対応して売り上げが伸びないなどの問題に対処するために，思考プロセス（TP：Thinking Process）と呼ばれる手法が提案された。これは根深い対立のある複雑な問題に対して妥協案ではないブレークスルー案を考えだす手法である。これらの手法は1980年代後半から開発され始め，これを機に TOC は製造業における生産以外の問題に対しても用いられ始めた。現在，TOC は次のような分野から構成されている。

- TOC の基本的な考え方と改善の５ステップ
- TOC スループット会計
- TOC 生産管理
- TOC 思考プロセス
- TOC プロジェクト管理

TOC は日本においては1990年代後半からその紹介が始まり，2001年以降に，ゴールドラットの小説の邦訳が出版される[2)]など，本格的な普及が始められた。

２.２　本研究の対象

本研究では TOC の中でも，特にその基本的な考え方と改善の５ステップを対象とする。TOC では企業の目的を「将来にわたって金を儲けること」と定義し，そのための評価尺度をスループット（単位期間当たりの利益）としている。そしてスループットの増大を妨げているものを制約条件と認識し，この制約条件を取り除くという考え方により改善を進めている。TOC においては改善を進めるプロセスを次に示す改善の５ステップ

1．システムの制約条件を見つける
2．制約条件を徹底的に活用する
3．制約条件以外のすべてを制約条件に従属させる
4．制約条件の能力を高める
5．制約条件が解消されたら，最初のステップに戻る。しかし惰性が制約条件とならないようにする。

としている[3)]。本論文ではこれらの TOC の基本的な考え方と改善の５ステップについてモデル化を行うことで，その考え方の理論的な根拠があることを数式モデルで最適化問題を扱う際の最も基本的なモデルである線形計画問題に対するモデルを用いて示す。

3．TOC と改善の５ステップモデル化

３.１　線形計画問題

最適化問題の最も基本的な形として，目的関数，制約条件を線形の数式で表すことができる場合，線形計画問題として表すことができる．線形計画問題は，目的を T，操作可能な変数を x_j（ただし $1 \leq j \leq n$），モデルにおける定数を a_{ij}，b_i，c_j とすると

目的関数

$$\text{Max} \quad T = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

制約条件

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \qquad i=1, \cdots, m_1$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \qquad i=m_1+1, \cdots m$$

$$x_{ij} \geq 0, \ j=1, \cdots, n$$

と表すことができ，その最適解は現在では単体法などを用いて求めることがほぼ可能となっている［今野，1987］。

3.2　本節で扱う例題

本節では前節のTOCと改善の５ステップのモデル化を行うために，次のような例題を用いて考える[4)]。

○例題

営業部門と製造部門の２部門からなる次の会社において次のデータがある。利益（スループット）最大化を図るために２つの製品ＡとＢの販売をどのようにすべきか。

営業部門からのデータ

製品	A	B
販売価格	9000（円／個）	10000（円／個）
需要	100（個／週）	50（個／週）

製造部門からのデータ

製品	A	B
原材料価格	4500（円／個）	4000（円／個）
製造時間	15（分／個）	30（分／個）

工場の稼働時間：週５日間，１日８時間で週40時間（＝2400分）

共通データ

業務費用（販売量により変動しない費用）：60万円／週

○現状

すべての需要に対応しようとすると，１週間で製造に必要な時間は

15(分／個)×100(個)＋30(分／個)×50(個)＝3000(分)

となり，工場の能力をこえてしまう。従って，どちらかの製品を優先して販売しなければならないが，この会社においては営業部門が主導して販売する製品を決めているため，販売価格から原材料価格を引いた粗利益の大きな製品を優先して販売することとした。この例では

製品 A：9000(円／個)－4500(円／個)＝4500(円／個)

製品 B：10000(円／個)－4000(円／個)＝6000(円／個)

となるため製品 B を優先して販売する。この場合製品 A の生産数量は

(2400(分)－30(分／個)×50(個))／15(分／個)＝60(個)

となる。ところがこの場合の会社としての利益は

(9000(円／個)－4500(円／個))×60(個)＋(10000(円／個)－ 4000(円／個)) × 50(個)
－60万(円)＝－ 3万(円)

となり，赤字となっていた。

○ TOC の改善の 5 ステップの適用

ステップ 1　システムの制約条件を見つける

スループットは会社としての粗利益となり，粗利益の増大を妨げているのは，製造部門における工場の稼働時間となる。従って，製造部門が制約となる。

ステップ 2　制約条件を徹底的に活用する

ステップ 3　制約条件以外のすべてを制約条件に従属させる

製造部門の工場が制約条件となっているので，工場の徹底活用を図る。工場を活用するため，この場合はスループット(単位時間当たり利益)を指標として取る。

製品 A：(9000(円／個)－4500(円／個))／15(分)＝300(円／個／分)

製品 B：(10000(円／個)－4000(円／個))／30＝200(円／個／分)

従って A 製品を優先的に製造する。販売部門は制約条件ではなくなるので，制約条件である製造部門に従属させ，製品 A を優先的に販売する。この場合製品 B の生産数量は

(2400(分)－15(分／個)×100(個))／30(分／個)＝30(個)

この時の会社としての利益は

(9000(円／個)－4500(円／個))×100(個)＋(10000(円／個)－4000(円／個))×30(個)
－60万(円)＝ 3万(円)

となり，3万円の黒字となる。

ステップ 4　制約条件の能力を高める

利益が上がりはじめたが全需要を満足していないため，制約条件となっている工場の能力を増やすため，２交代制で週80時間（＝4800分）稼働とし，業務費用が10万円／週増加し70万円／週となる。この時の会社としての利益は製品 A：100個，B：50個となるため，

(9000(円／個)－4500(円／個))×100(個)＋(10000(円／個)－4000(円／個))×50(個)
－70万(円)＝5万(円)

ステップ５　制約条件が解消されたら，最初のステップに戻る。しかし惰性が制約条件とならないようにする。

ステップ４の状態で，需要はすべて満足しており，工場の製造能力には30時間（＝1800分）余力があるため，制約条件は需要であり担当は販売部門となる。この時，製品 A は4500円／個，製品 B は6000円／個となるため，販売部門はこれまでのように製品 A ではなく製品 B を優先して販売すべきとなる。

３．３　線形計画問題としてのモデル化

先に述べた会社の現状は数式モデルで次のような線形計画問題として定式化できる。TOC において目的関数となるスループットを T，製品 A の販売数を x_1，製品 B の販売数を x_2 とすると，

目的関数

$$\mathrm{Max}\quad T=4500x_1+6000x_2-600000$$

制約条件

$$15x_1+30x_2\leq 2400 \qquad (1)$$
$$x_1 \leq 100 \qquad (2)$$
$$x_2 \leq 50 \qquad (3)$$
$$x_1, x_2\geq 0$$

となり，これを線形計画法で解く際には，スラック変数 $x_3, x_4, x_5\geq 0$ を導入し，次のように定式化される。

目的関数

$$\mathrm{Max}\quad T=4500x_1+6000x_2-600000$$

制約条件

$$15x_1+30x_2+x_3 = 2400$$
$$x_1 + x_4 = 100$$
$$x_2 + x_5 = 50$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\geq 0$$

これを解くと，$x_1=100$，$x_2=30$の時に目的関数の最大値が30000となり，これは先の節で示した改善の５ステップのステップ２，３の結果と同様に，すなわち製品Ａを100個，製品Ｂを30個製造・販売したときにスループットが３万円となる．さらにスラック変数の値は$x_3=0$，$x_4=0$，$x_5=20$となり，このスラック変数の値より，製品Ｂの販売数x_2の制約条件である式（3）には20の余裕があり，工場能力の制約条件である式（1）と製品Ａの販売数x_1の制約条件の式（2）に余裕がなく，この２つが目的関数を制約する制約条件となっていることがわかる。目的関数の値を増やす（利益をさらに増す）ためには，目的関数を制約する制約条件を緩和しなければならないが，この場合は２つの制約条件のどちらかを緩和することが必要となる。

工場の能力に関する制約条件（1）を緩和する場合はそれを規定する３つの定数を変更する３通りの方策（①製品Ａの製造時間15分／個を短縮，②製品Ｂの製造時間30分／個を短縮，③稼働時間2400分の増大）がある。販売の制約条件（2）を緩和する場合は，製品Ａの需要の上限，週100個を増大させる方策を考えなければならない。ただし，この場合は製品Ａの数量が増加する分，製品Ｂの数量は減少する。これらの中で最も効果的な方策として，例においては制約条件（1）の③稼働時間2400分の増大を選択したことになる。

以上を図示すると図１のようになる。点線が目的関数であり，右上側の線上の点の方がより大きな目的関数値となる。図中の（1）（2）（3）は制約条件式の番号であり，原点(0,0)，(0,50)，(60,50)，(100,30)，(100,0）で囲まれた部分が制約条件を満足する範囲となる。現状における解，製品Ａ：60個，製品Ｂ：50個は図１の点（60,50）で表されるがこれは最適解でなく，（100,30）が最適解となり，最適解（100,30）は制約条件式（1）（2）により規定されている。先に述べた制約条件式（1）を緩和する３つの方策，「①製品Ａの製造時間15分／個を短縮」は図の制約条件式（1）の切片を変えず傾きを増やす（傾きは負のためその絶対値は減る）ことになり，「②製品Ｂの製造時間30分／個を短縮」は傾きを減らし切片を増やすことになり，「③稼働時間2400分の増大」は切片を増やすことになる。制約条件式（2）の緩和はグラフを右側に移動させることとなり，このときx_2は減少するが，目的関数はx_2減少分よりx_1の増加分の方が多いため全体としては増加する。

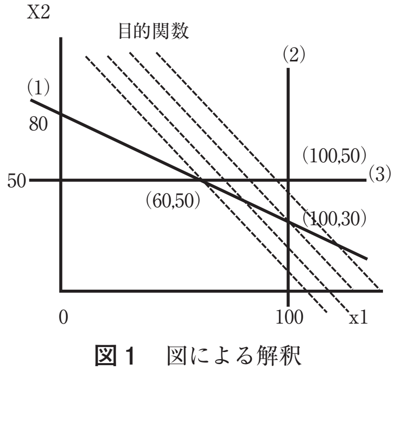

図１　図による解釈

例のステップ４で工場を２交代制とした際の定式化は，

目的関数

$$\text{Max}\quad T=4500x_1+6000x_2-700000$$

制約条件

$$\begin{aligned}
15x_1+30x_2 &\leq 4800 && (4)\\
x_1 &\leq 100 && (5)\\
x_2 &\leq 50 && (6)\\
x_1, x_2 &\geq 0
\end{aligned}$$

となり，これを線形計画法で解く際には，同様にスラック変数 $x_3, x_4, x_5 \geq 0$ を導入し，次のように定式化される。

目的関数

$$\text{Max}\quad T=4500x_1+6000x_2-700000$$

制約条件

$$\begin{aligned}
15x_1+30x_2+x_3 &= 4800\\
x_1 + x_4 &= 100\\
x_2 + x_5 &= 50\\
x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &\geq 0
\end{aligned}$$

これを解くと，$x_1=100$，$x_2=50$の時に最大値が50000となり，先の節のステップ４の結果と同様に製品Ａを100個，製品Ｂを50個，製造・販売したときにスループットが５万円となる。さらにスラック変数の値は $x_3=1800$，$x_4=0$，$x_5=0$となり，これは制約条件式（4）で示される工場の生産能力に1800分の余剰があることを示しており，その一方で制約条件式（5）（6）で示される市場の許容量が制約となっていることを意味している。この状況下で目的関数の値を増やすためには制約条件式（2）（3）のどちらかまたは両方を緩和（市場の許容量を増す）しなければならない。この時に製品Ａ，Ｂにおいて，販売に要するコストが変わらなければ，製品Ｂを優先させる方が，利益の伸びは早くなる。

３．４　TOC の改善の５ステップのモデル化

以上をもとにすると TOC と改善の５ステップの考え方は次のようにモデル上で表現できる。本論文で取り上げる線形モデル

目的関数

$$\text{Max}\quad T=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

制約条件

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \qquad i=1, \cdots, m_1$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \qquad i=m_1+1, \cdots m$$

$$x_{ij} \geq 0, j=1, \cdots, n$$

においてTOCの改善の５ステップは

1．システムの制約条件を見つける

→　制約となる制約条件式（i）　$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i$ を特定する

2．制約条件を徹底的に活用する

3．制約条件以外のすべてを制約条件に従属させる

この２つのステップは合わせて次のようになる

→　ステップ1で特定された制約条件式（i）を満足する内で最良の T となるような $x=(x_1, \cdots, x_n)$ を選定する

4．制約条件の能力を高める

→　T をより大きくするように，ステップ１で特定された制約条件式（i）を規定している事柄の改善を行う

5．制約条件が解消されたら，最初のステップに戻る。しかし惰性が制約条件とならないようにする。

→　ステップ１に戻り新たな制約となる制約条件（i^*）を特定する。その際に，これまでの手順にとらわれないようにする。

線形計画法として定式化される場合は，スラック変数の値で制約条件の余裕のある・なしが判断できる。

4．TOCのモデル化により得られる考察

４．１　改善の部分の特定

TOCにおけるシステムの制約条件は，線形計画法における解を構成している制約条件式の１つとなる．これは全体最適化を考える上で改善されなければならない部分が特定されることとなる。すなわち制約条件を構成している部門の改善がなければ，他の部門の改善を行ってもスループットに対する改善効果は上がらない。これまでの企業における改善については総花的な改善が多く，その改善効果をはっきりと特定できない手法が多かった。TOCにおいてはスループットという指標の向上を妨げる部分について集中的に改善を行うため，効果を上げることができる。

線形計画モデルにおいてはスラック変数の値により，目的関数の増加を制約している制約条件がはっきりするが，現実には明確な定式化が困難であるため，定式化による制約の判定は困難である。しかし，スラック変数が０となっていることは制約条件式に余裕がないことを示しており，現実には余裕のある・なしに着目することで制約を見つけることができる。TOC では制約を工程の能力等の物理的な要因による物理的制約（例における工場の生産能力）と制度やしくみ，きまり，評価指標等の要因による方針制約（例の現状における１個当り利益の大きなものを優先して製造・販売すること）の２つに分けており，前者に対しては IE（Industrial Engineering）や QC（Quality Control）の改善手法を，後者においては TOC 思考プロセスを示している。

４.２　TOC の適用対象の拡張

非営利企業への適用

TOC においては営利企業を前提としているが，モデル化された状態では，目的関数が単一となっている状態である。これは営利企業のみならず，単一の目的を設定できる組織ならば，組織目的の向上を図るため TOC の考え方が適用可能であることを示唆している。

多目的問題への適用

営利・非営利に関わらず TOC の問題点の一つとして目的が複数ある場合への対応があげられる。この場合，複数の目的を統合して多目的問題として扱うことが多いが，多目的線形計画法などの数理計画法を用いることが可能ならば，制約となっている条件を求めることができるが，定式化が困難な場合，統合された目的関数の増大を規制している制約を見つけ出すのは困難である。

多目的計画法では，複数の目的を統合するのではなく，最も重要な目的を一つ定め，他の目的はある水準以上（または以下）満足すればよいとする制約条件として扱う方法が提案されている［坂和，1991］。従って，前述のような問題においては，目的関数の統合を行うのではなく，重要でない目的は水準の上限（または下限）を定め制約条件として扱う方が，目的の増大を制約する制約条件の特定を行いやすいため，改善対象が特定しやすくなる。

5．結論と今後の課題

本研究では，TOC の改善の５ステップについて，線形計画問題として定式化に対して

その解釈を試み，その特徴を考察することで，TOC の５ステップの改善の考え方の特徴と適用対象の拡張について示した。しかし本文中でも言及した通り，現実の組織とそれを取り巻く様々な制約条件を線形計画問題として表現することは難しく，一般的な問題に対してどこまで適用できるかが今後の課題となる。

注

1）この節の記述は主として［加藤，竹之内，村上，1999］［McMullen，1998］によっている

2）邦訳されたものには［ゴールドラット，ザ・ゴール，2001］［ゴールドラット，ザ・ゴール2思考プロセス，2002］［ゴールドラット，チェンジ・ザ・ルール，2002］［ゴールドラット，クリティカルチェーン，2003］［ゴールドラット，ゴールドラット博士のコストに縛られるな，2005］［ゴールドラット，ザ・チョイス，2008］［ゴールドラット，ザ・クリスタルボール，2009］などがある

3）TOC の改善の５ステップに関しては文献により若干の表現の違いがみられるが，ここでは［ゴールドラット，ゴールドラット博士のコストに縛られるな，2005］によった。

4）［ゴールドラット，ゴールドラット博士のコストに縛られるな，2005］に掲載されている事例をさらに簡略化した

参考文献

Goldratt M. Eliyahu, CoxJef. (1992). The Goal: A process of ongoing Improvement. North River Pr.

McMullen B. Thomas. (1998). Introduction to the Theory of Constraints (TOC) Management System. St. Lucie Press/APICS Series on Constraints Managemnet.

ゴールドラット．(2003)．クリティカルチェーン．（三本木亮，訳）ダイヤモンド社.

ゴールドラット．(2005)．ゴールドラット博士のコストに縛られるな．（三本木亮，訳）ダイヤモンド社.

ゴールドラット．(2009)．ザ・クリスタルボール．（三本木亮，訳）ダイヤモンド社.

ゴールドラット．(2001)．ザ・ゴール．（三本木亮，訳）ダイヤモンド社.

ゴールドラット．(2002)．ザ・ゴール２思考プロセス．（三本木亮，訳）ダイヤモンド社.

ゴールドラット．(2008)．ザ・チョイス．（三本木亮，訳）ダイヤモンド社.

ゴールドラット．(2002)．チェンジ・ザ・ルール．（三本木亮，訳）ダイヤモンド社.

加藤治彦，竹之内隆，村上悟．(1999)．TOC 戦略マネジメント．日本能率協会マネジメントセンター.

今野浩．(1987)．線形計画法．日科技連.

坂和正敏．(1991)．経営数理システムの基礎＜線形計画法に基づく意思決定＞．森北出版.