

K_0 過圧密粘土の有効応力経路と塑性ひずみ

今井 誉人^{*1} 吉富 隆弘^{*2} 赤石 勝^{*3} 外崎 明^{*4} 杉山 太宏^{*5}

Effective Stress Path and a Plastic Strain of K_0 Over-Consolidated Clay

by

Yoshito IMAI^{*1}, Takahiro YOSHIDOMI^{*2}, Masaru AKAISHI^{*3}, Akira TONOZAKI^{*4}
and Motohiro SUGIYAMA^{*5}

(Received on April 3, 2018 and accepted on May 10, 2018)

Abstract

Regarding plastic strain in predicting the subsidence of over-consolidated clay which is generally assumed to be an elastic body, Poisson's ratio is required for elastic strain and an assumption about plastic potential is necessary for plastic strain. However, if the strain occurring in the over-consolidated clay is assumed to be the sum of the two components of elasticity and plasticity, the relationship between its plastic strain and the original yield function becomes complicated. This paper examines the relationship between plastic potential and effective stress path with respect to plastic strain of over-consolidated clay as a preliminary step in considering the problem of plastic strain which is assumed to be generated by changes in stress in the yield surface. The coefficient of earth pressure at rest calculated based on the assumption about plastic potential is completely different from the measured value, and it is clarified that the calculated strain amount is also unreliable.

Keywords: Over-consolidated clay, Yield function, Plastic potential, Coefficient of earth pressure at rest

1. 緒 言

一次元圧密状態に代表される K_0 圧縮の有効応力経路は、応力ひずみ関係に影響を与える。この K_0 圧縮過程を数値解析で再現するとき、構成式によっては計算される水平方向有効応力 σ_h が理論値や実測値と異なることがある^{1,2)}。このような構成式によって計算された応力から求めるひずみ量（変位量）は信頼できるものとはならない。また、一般的には弾性体と仮定される K_0 過圧密粘土の沈下予測に塑性ひずみをも考慮しようとする場合、塑性ひずみにはポアソン比、塑性ひずみには塑性ポテンシャルに関する仮定が必要になる。過圧密粘土の沈下予測に塑性ひずみの発生までを考慮する必要性と重要性は明確ではないが²⁾、過圧密粘土に生じるひずみを弾性・塑性の二つの成分の和と仮定する場合、その塑性ひずみと本来の降伏関数との関係もより複雑になる。

この論文は、降伏面内の応力変化で発生すると仮定される塑性ひずみの問題点を考える前段階として、 K_0 過圧密粘土の塑性ひずみに関する塑性ポテンシャルと有効応力経路の関係について検討している。塑性ポテンシャルに関する仮定次第で計算される静止土圧係数が実測値と全く異なり、ひずみ量の計算結果も信頼できないことを明らかにする。

*1 小野田ケミコ株式会社
*2 工学研究科建築土木工学専攻
*3 新日本開発工業株式会社
*4 金沢工業大学工学部環境土木工学科
*5 工学部土木工学科教授

Table 1 Soil parameters.

Sample	Gs	w _L (%)	w _p (%)	Sand (%)	Silt (%)	Clay (%)
S	2.67	83	21	5	41	54
M	2.69	136	84	8	28	64
H	2.66	121	52	10	72	18

2. 試料および実験方法

東京近郊の沖積地盤で採取した3種類の粘土を用いて、固定リング式の一次元圧密試験と三軸試験機を用いた K_0 圧密試験を実施した。一次元圧密試験は、土被り圧を解放された粘土の再載荷過程で発生する塑性ひずみの大きさを推定することを目的に、標準圧密試験機1台とこれよりも一回り大きな一次元圧密試験機（内径8.4 cm、高さ2 cm）を2台準備した。内径8.4 cmの試験機2台に試料Hをセットして、1台は20 kPaから1280 kPaまで荷重増分比1で段階荷重し原位置の圧密挙動とした。もう1台は室内圧密試験を想定して、土被り圧 p_0 まで載荷後荷重を取り除き、応力を完全に開放した。その後、直径6 cmの標準圧密試験機に再度セットして10 kPaからの段階荷重を行った。

K_0 圧密試験は、 K_0 過圧密粘土の有効応力経路を調べることが目的である。使用した試料の物理的性質はTable 1に示すとおりである。

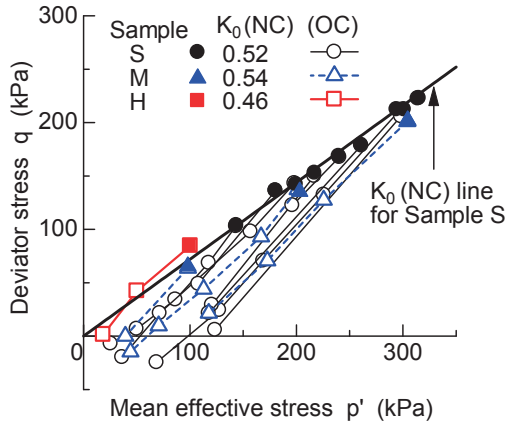


Fig. 1 Stress paths of K_0 consolidation test.

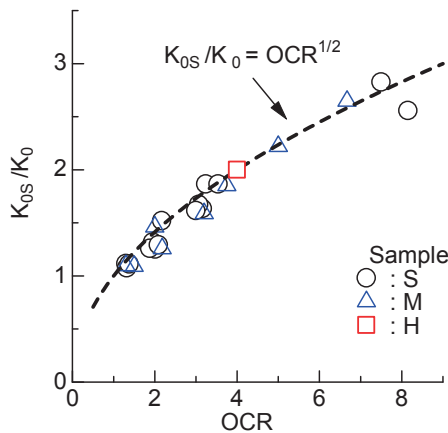


Fig. 2 Relation between K_{0s}/K_0 and OCR of three samples.

3. 実験結果と考察

3.1 静止土圧係数 K_0 と過圧密比 OCR

Fig. 1 は、載荷過程だけでなく徐荷過程も含む K_0 圧密試験から得られた有効応力経路である。Fig. 1 の結果から、 K_{0s} と K_0 の比 K_{0s}/K_0 と過圧密比 OCR の関係を調べたのが Fig. 2 である。正規圧密領域の静止土圧係数 K_0 は有効応力によらず一定、過圧密領域の静止土圧係数 K_{0s} は過圧密比とともに増加する。試験の過圧密比 OCR の範囲で静止土圧係数比 K_{0s}/K_0 と OCR の関係は、試料によらず既往の多くの研究成果³⁾⁻⁵⁾と同様に図中点線のように OCR の 1/2 乗で近似できる。この関係を次章の計算で利用する。

3.2 土被り圧の解放と $e - \log \sigma_v$ 曲線

Fig. 3 は乱れの少ない試料 H による一次元圧密試験の $e - \log \sigma_v$ 曲線である。図に p_0 として示す正規圧密粘土の土被り圧 $\sigma_{v0} = 78.5 \text{ kPa}$ 、その間隙比 $e_i = 2.355$ を原位置間隙比と仮定して、 σ_{v0} 以上の荷重をそのまま継続して載荷した Δ 印の $e - \log \sigma_v$ 曲線を原位置の間隙比挙動と想定する。○印の供試体は、 σ_{v0} を解放して直径 6cm 高さ 2cm の標準圧密試験用供試体を成形した後再載荷した。その $e - \log \sigma_v$ 曲線が Fig. 3 の●印である。

原位置を想定した Δ 印の $e - \log \sigma_v$ 曲線ならびに●印の標準圧密試験結果から、土被り圧 $\sigma_{v0} = 78.5 \text{ kPa}$ を圧密降伏応力として、 σ_{v0} と $\sigma_v = 156.8 \text{ kPa}$ 間の一次元圧密

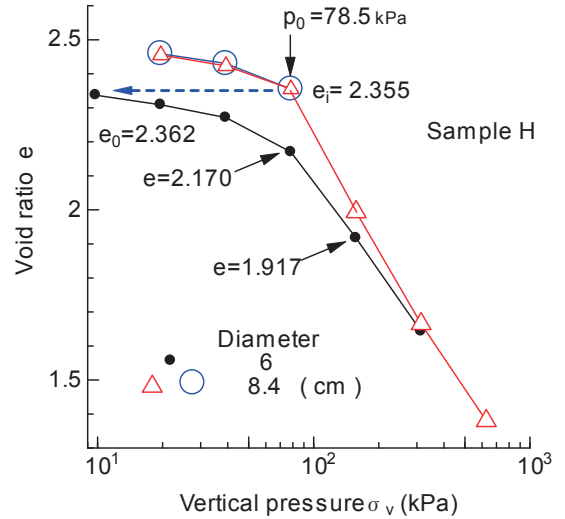


Fig. 3 The effect of soil pressure release and reloading on $e - \log \sigma_v$ curve (Sample H).

Table 2 Consolidation parameter and calculation results of volumetric strains.

Symbol	λ	κ	e_0	v	v_p	v_p/v
○, △	0.521	0.04	2.355	0.108	0.100	0.92
●	0.365	0.04	2.170	0.080	0.071	0.89

(全ひずみ) v 、その塑性ひずみ成分 v_p ならびに両者の比 v_p/v を計算する。塑性ひずみ成分 v_p は次式で計算した。

$$v_p = \frac{\lambda - \kappa}{f_0} \log(\sigma_v / \sigma_{v0}) \quad (1)$$

ここに、 λ は圧縮指数、 κ は膨張指数、 f_0 は初期体積比である。圧密定数ならびに計算結果をまとめて Table 2 に示した。両者の結果は λ の違いを反映して、当然ながらひずみ量に差が生じるが、正規圧密領域における v_p/v 比の違いは 0.03 と僅かである。それよりも原位置と想定した全ひずみ $v = 0.108$ に対し、標準圧密試験結果に基づく予測値 $v = 0.080$ との差 (過小予測; $0.080/0.108 = 0.74$) の方が問題である。

地盤内で作用していた土被り圧は、サンプリングと圧密試験試料の形成時に必ず解放される。土被り圧の解放が実験結果に及ぼす影響を避けられず、ひずみ量の予測自体が上記計算例のように 2 割強の誤差を伴うとすれば、精緻な構成式で過圧密粘土の塑性ひずみまで考慮することは意味がないと言えよう。過圧密領域から正規圧密領域への $e - \log \sigma_v$ 曲線を円滑化するために⁶⁾、過圧密領域で発生する塑性ひずみを考慮する重要性は認められないと考える。

3.3 過圧密領域における塑性ひずみ成分

Fig. 3 において、鉛直荷重 19.6 kPa から 78.5 kPa の土被り圧までの過圧密領域の再載荷過程では、ダイレイタンシーの非可逆性によるひずみが発生する。そのひずみを塑性ひずみとして計算してみる。標準圧密試験の鉛直応

Table 3 Consolidation parameter and calculation results of volumetric strains for over-consolidated clay.

	κ	e_0	ν	ν_p	ν_p/ν
O.C.	0.04	2.309	0.042	0.025	0.60

力 9.8~19.6 kPa 間の間隙比変化から $\kappa=0.04$ を用いて計算した結果を Table 3 に示した. 過圧密領域で発生するひずみは $\nu=\nu_e$ ではなく $\nu=\nu_e+\nu_p$ と考えた場合, 計算される水平応力にはどの程度影響するのか検討することが本研究の目的である.

再載荷前の過圧密比 $OCR=4$ における Sample H の静止土圧係数は, 前章 Fig.2 の実験結果から $K_{0s}=0.92$ と推定される. 正規圧密領域の静止土圧係数 $K_0=0.46$ なので, 再載荷過程で発生する塑性ひずみに対する静止土圧係数変化の影響は小さくないと考えられる. 塑性ひずみの大小を決定する塑性ポテンシャル Q の関係が, 過圧密粘土土の応力ひずみ関係に及ぼす影響を次章で検討する.

4. 計算結果と考察

本章では, 前章で示した応力とひずみに関する試験結果を, 著者らが提案している塑性ポテンシャルを利用して再現計算し, その適用性について検討する.

4.1 K₀ 正規圧密粘土の有効応力経路と塑性ポテンシャル

式 (2) に示す塑性ポテンシャル Q と⁶⁾, 式 (3) の粘塑性流動則を用いた K_0 三軸 CD 試験の再現計算で軸 (鉛直) ひずみと体積ひずみの関係を調べる.

$$Q(=F) = q^2 - 2\gamma_p p \cdot q + \gamma_p^2 p \cdot p_i + M^2(p^2 - p \cdot p_i) \quad (2)$$

$$\dot{\epsilon}_p = \langle F \rangle \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (3)$$

ここに, q は偏差応力, p は平均有効応力, p_i は塑性ポテンシャルのサイズパラメーター, M は限界状態線 CSL の勾配, γ_p は定数, F は降伏関数, σ は応力成分である. 式 (3) の $F \leq 0$ ならば $\langle \rangle$ 内の値はゼロとし, $F > 0$ ならば通常の括弧として扱う. また, “ \cdot ” は時間についての微分を表し, 時間増分間で発生するひずみ増分の計算には前進差分法 (完全陽的積分法) を用いる. 式 (3) は粘塑性流動則であるが, 定常状態でのみ利用するため, 計算されるのは塑性ひずみ速度成分 $\dot{\epsilon}_p$ である⁷⁾. 弾性ひずみ速度成分 $\dot{\epsilon}_e$ はフックの法則で計算し, 弾性と塑性ひずみ成分の和を土要素に生じる全ひずみとした. 計算には, 前章に示した試料 H (Fig.3 ●印) の鉛直応力 78.5~157.0 kPa 間の実験結果 (一次元圧密量 (=鉛直ひずみ)=0.0798, 初期間隙比 $e_0=2.170$, 圧縮指数 $\lambda=0.365$, 圧密前後の静止土圧係数 $K_0=0.46$) を利用し, 弾性係数は膨張指数 $\kappa=0.040$ から, ポアソン比 $\nu=0.315$ は静止土圧係数 ($\nu=K_0/(1+K_0)$) から求めた.

Fig. 4 と Fig. 5 がひずみと有効応力経路に関する計算結果である. $K_0 (=0.46)$ 応力経路に沿う荷重増分を載

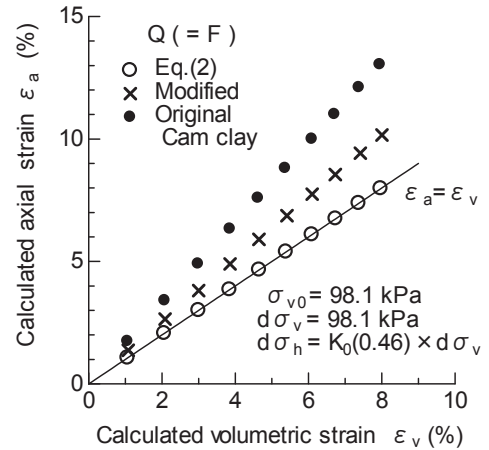


Fig. 4 Relationship between calculated volumetric strain and axial strain for normally consolidated clay.

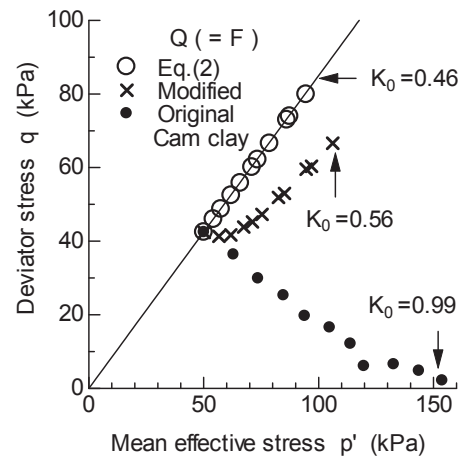


Fig. 5 Comparison of effective stress paths.

荷するため, 体積ひずみ $\epsilon_v =$ 軸ひずみ $\epsilon_a (=7.98 \%)$ に等しくなる筈であるが, カムクレイモデルの塑性ポテンシャル $Q (=$ 降伏関数 $F)$ では, Fig. 4 のように軸ひずみ ϵ_a が過大に計算される. 一方, 式 (2) では, $\epsilon_v = \epsilon_a$ とするために式中の定数 $\gamma_p = 0.263$ と設定することで, ひずみ増分も実測値に一致させることが可能である. Fig. 4 と同じ定数を用いたひずみ制御による三軸試験の応力経路を計算した結果が Fig. 5 である. 全ひずみ $\epsilon_v (=7.98 \%)$ を 10 等分して加えた場合, 修正カムクレイモデルでは圧縮とともに K_0 値が増加し, オリジナルカムクレイでは全く異なる経路が計算される. これに対し式 (2) では, 計算条件の通り一次元圧縮における K_0 線上を辿っている. 弾塑性応力ひずみ関係において, 適切な塑性ポテンシャル Q の選択と仮定の必要性が, これらの計算結果から指摘される.

4.2 K₀ 過圧密粘土の有効応力経路

Fig. 6 は, 式 (2) の降伏面を示したものである. 黒実線は B 点で正規圧密された粘土の降伏面で, 式 (2) の定数 $\gamma_p = 0$ とすると黒破線で示す修正カムクレイの降伏面となる. 粘土要素に作用する応力が降伏面の内側に位置するならば, 応力変化に対する土要素は, 一般的に弾性挙動と考えるが, この報告では塑性ひずみの発生も考慮する. しかし, 著者自身が塑性ひずみの発生を考慮す

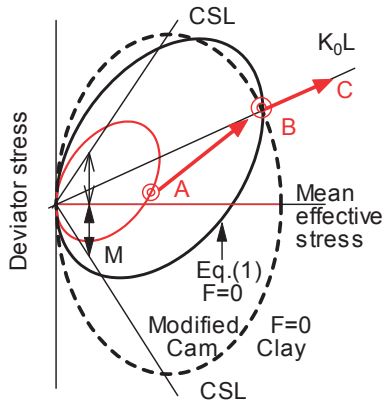


Fig. 6 Yield surface of over-consolidated clay.

る必要がないとする立場からの検討である。

A 点で K_0 過圧密状態にある粘土の塑性ひずみの計算は、黒実線の降伏面と相似形の A 点を通る赤実線の塑性ポテンシャルを利用し、式 (3)、超過応力型の粘塑性流動則を用いて塑性ひずみを計算する。粘塑性流動則だが定常状態では塑性ひずみが計算される。

正規圧密粘土の粘塑性ひずみが一定値（塑性ひずみ）に収束した時の有効応力と塑性ひずみ間には、式 (1) を変形した次式 (4) の関係がある。

$$\sigma_v = \sigma_{v0} \cdot \exp(\chi_i \cdot v_p) \quad (4-a)$$

$$\chi_i = \frac{f_0}{\lambda - \kappa} \quad (4-b)$$

前節の K_0 正規圧密計算では $\chi_i=9.75$ であるが、過圧密粘土の場合、定数 χ_i 内の λ が評価できないので、Fig. 3 の実測値から Table. 3 のように推定した塑性ひずみ v_p を用いて χ_i 値を仮定した。すなわち、Fig. 3 の過圧密領域 $\sigma_v=20 \sim 80$ kPa 間の全ひずみ (=0.042) から膨張指数 κ で弾性ひずみ (=0.017) を計算し、その差の塑性ひずみ (=0.025) より $\chi_i=55.4$ を求めた。また、Fig. 6 の AB 間の応力変化で生じる弾性ひずみの計算に必要な過圧密粘土のポアソン比 ν は、正規圧密領域の K_0 値から推定した。

Fig. 7 と Fig. 8 は、それぞれ応力制御とひずみ制御で計算した K_0 圧縮の体積ひずみと軸ひずみ関係ならびに有効応力経路で、それぞれ正規圧密粘土の計算結果、Fig. 4 と Fig. 5 に対応する。Fig. 7 の応力制御による計算結果から、体積ひずみと軸ひずみの大きさは等しくならず、仮定する塑性ポテンシャル Q の不具合が認められる。また、Fig. 7 から明らかのようにひずみの大きさも実測値と異なる。過圧密領域の塑性ひずみを考えるには、正規圧密領域で仮定した Q を変更する必要がある。

Fig. 6 ABC 間の K_0 圧縮過程をひずみ制御で計算した有効応力経路が Fig. 8 である。3つの大丸印が実測値で、過圧密領域における有効応力経路の計算結果は両カムクレイならびに式 (2) の結果とともに実測値を再現できないが、式 (2) による正規圧密領域の有効応力経路は Fig. 5 と同様実測値と一致する。しかし、計算される鉛直有効応力が圧密降伏応力となった時に生ずるひずみ量は、実

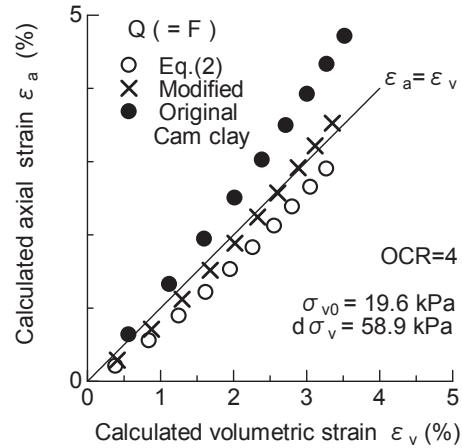


Fig. 7 Relationship between calculated volumetric strain and axial strain for over-consolidated clay.

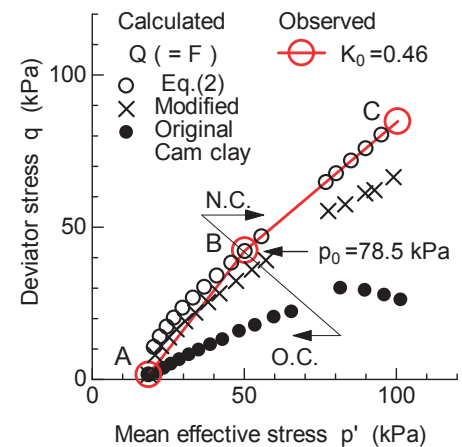


Fig. 8 Comparison of effective stress paths.

測値の 0.042 に対して式 (2) では 0.035、修正カムクレイでは 0.036 と過小となる。一般に過圧密粘土のひずみ量は小さいので、実務的には実測値と若干の食い違いは無視できると考えられるが、有効応力に対するひずみ量が実測値と全く異なるのでは、仮定する塑性ポテンシャル Q に対する信頼性が疑われる。過圧密粘土は弾性体と仮定で十分と考えるが、どのような場合に塑性ひずみを考慮する必要があるのか、更に検討する必要がある。

4.3 有限要素法で計算する K_0 過圧密粘土の有効応力経路

これまでの計算結果は、粘塑性流動則の式 (3) を数値積分したものである。計算は簡単であるが、実際問題への適用を考える場合は、やはり有限要素法による計算が便利である。有限要素法による計算値と比較することで、著者らの数値積分計算プログラムの妥当性の確認もできる。有限要素法のプログラム CRISP⁸⁾ による有効力経路ならびに平均有効応力と体積ひずみの計算結果を Fig. 9 にまとめて示した。

CRISP には、粘塑性流動則ではなく一般的な関連流動則のカムクレイモデルが導入されており、カムクレイモデルの計算結果は Fig. 8 の計算結果とほぼ一致している。すなわち、有限要素法を用いても、カムクレイモデルでは、実測値に近い結果を計算することはできない。

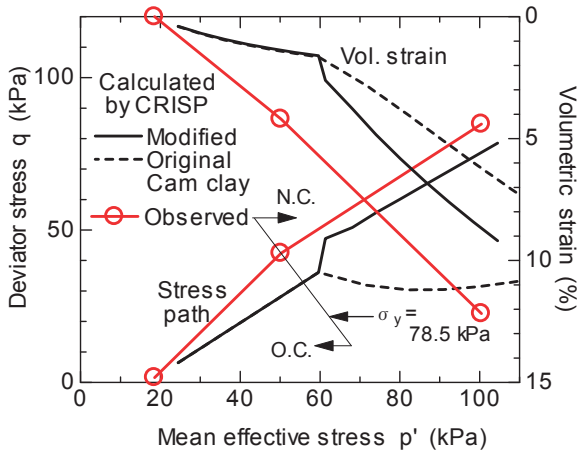


Fig. 9 Comparison of effective stress paths and volumetric strain by FE analysis.

カムクレイモデルは、周知のように等方圧密粘土の試験結果に立脚した構成式であり、 K_0 圧縮の応力経路が実測と異なり、静止土圧係数が大きく計算される。また、降伏面内は弾性挙動と仮定され、降伏面内の塑性ひずみは考慮されていないため、圧密降伏応力までのひずみ量は、実測値より小さく計算される。計算時の応力増分が大きすぎるため、圧密降伏応力を少しオーバーした応力で正規圧密領域に入るようである。ただし、その傾向は Fig. 8 の数値積分でも同じである。

5. 結 言

粘土の力学的挙動に対し、弾塑性論を適用した精緻な構成式による有限要素解析でも、不均質な実際地盤の変形挙動を正確には予測できない。仮に実際地盤の変形挙動に近い計算結果が得られたとしても、計算時の地盤内応力が実際と大きく異なるのでは、予測結果はやはり偶然に一致したと言わざるを得ず、結果の信頼度は低い。

本研究では、適切な塑性ポテンシャルを選択することで正規圧密粘土の K_0 圧縮応力状態を精度よく再現できるが、過圧密粘土の再現性は低いことを示した。過圧密状態にある降伏面内の応力変化に対する粘土の挙動は、一般的には弾性と仮定される。より精緻な計算を行うた

めに塑性ひずみを考慮する構成式も提案されているが、今回の検討結果によれば、試料採取による応力開放の影響より大きく、その必要性を見出すことはできない。

弾塑性論に基づく多くの構成式には、仮定する塑性ポテンシャルに不具合があり、正規圧密粘土の K_0 圧縮応力状態すら再現できない。多くの仮定を利用した弾塑性理論に忠実な構成式による地盤の有限要素解析の限界・現状を明確にし、仮定し利用する塑性ポテンシャルの不具合を指摘した。

参考文献

- 1) Dafalias, Y. F. and Herrmann, L. R. ; A bounding surface soil plasticity model, Int. Symp. On Soils under Cyclic and Transient Loading, Swansea, U.K., (1980).
- 2) Hashiguchi, K. and Okayasu, T. ; Time-dependent elastoplastic constitutive equation based on subloading surface model and its application to soils, Soils and Foundations, Vol.40, No.3, pp.21-36, (2000).
- 3) Mayne, P. W., Kulhawy, F. H. : K_0 -OCR relationships in soil, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.108, No.GT6, pp.851-872, (1982).
- 4) Schmidt, B. : Discussion of "Earth Pressure at Rest Related to Stress History", Canadian Geotechnical Journal, Vol.3, No.4, pp.239-242, (1966).
- 5) 川田祐二, 加藤誠, 西村拓, 鈴木音彦: 過圧密粘土の静止土圧係数 K_0 の推定, 農業土木学会論文集第 202 号, Vol.67, No.4, pp.431-436, (1999).
- 6) 飯沼孝一, 今井誉人, 赤石勝, 杉山太宏: 一次元圧密における有効応力経路と塑性ポテンシャル, 土木学会論文集 C (地圏工学), Vol.71, No.2, pp.119-124, (2015).
- 7) D. R. J. Owen & E. Hinton : Finite elements in plasticity, Pineridge Press, (1980).
- 8) Britto, A. M. and Gunn, M. J. : Critical state soil mechanics via finite elements, ELLIS HORWOOD LIMITED, (1987).