

粘土梁を用いた圧密粘土の弾性係数と粘性係数の測定

横溝 純一^{*1} 村上 文都^{*1} 井野 大星^{*1} 本間 重雄^{*2}

Measurement of the Modulus of Elasticity and Coefficient of Viscosity of Consolidated Clay Using Clay Beams

by

Jun-ichi YOKOMIZO^{*1}, Ayato MURAKAMI^{*1}, Taisei INO^{*1} and Shigeo HONMA^{*2}

(Received on Sep. 12, 2014 and accepted on Nov. 13, 2014)

Abstract

A method for determining the viscoelastic properties of consolidated clay is assessed through laboratory testing. A rectangular parallelepiped consolidometer with a standard consolidation section is placed for a clay-beam deflection test. Consolidated clay is assumed to be a Maxwell material, and the elastic modulus and coefficient of viscosity are obtained from the instantaneous deflection and the subsequent change in deflection of the clay beam over time. It is found that the change in elastic modulus is similar to the change in volume compressibility of the clay skeleton as determined from the consolidation test; furthermore, the coefficient of viscosity increases linearly with the logarithm of consolidation pressure. Because analytical solutions for the stresses and deformations due to various loading conditions for an elastic body are widely available, it is possible to determine the viscoelastic behavior of clayey ground by using the elastic-viscoelastic correspondence principle.

Keywords: Deformation of ground, Consolidation, Modulus of elasticity, Coefficient of viscosity, Deflection of beam, Viscoelasticity, Elastic-viscoelastic correspondence principle

1. まえがき

粘土地盤上に構造物荷重が載荷されると、瞬間的な即時沈下とともにせん断変形による沈下や側方変位ならびに圧密沈下が生ずる。Fig.1は粘土地盤上に幅 B の盛土荷重が載荷された場合の地盤の変形状況を示したものである¹⁾。即時沈下量の算定は地盤を半無限の弾性体とみなし、地盤の弾性係数 E とポアソン比 ν を用いて

$$S_i = PB \frac{1-\nu^2}{E} I_p \quad (1)$$

により行われる^{1,2)}。ここに、 I_p は載荷面の形や載荷重の剛性によってきまる影響値である。飽和粘土地盤では、等体積変形で見かけのポアソン比を $\nu=0.5$ とし、 E には通常非排水三軸圧縮試験の応力-ひずみ曲線から求められる変形係数 E_i を用いることが多い。圧密沈下量の算定は、圧密理論に基づき最終圧密沈下量や沈下速度を求め、全沈下量をそれらの和として $S=S_i+S_c$ として求めるのが通常である。

しかし、即時変形の計算では載荷重による粘土の体積変化やせん断変形は瞬間的に生ずるとみなし、変形の時間的推移は圧密理論のみによって算定されている。飽和粘土が作用応力により変形する際、間隙水の排出による

圧密変形と同時に、せん断応力による飽和粘土全体の粘性変形がどのように進行するのには興味ある問題である。それには、粘土固体全体の巨視的な粘性係数を知る必要があり、それが知れば載荷重による地盤の圧密変形と同時に進行する粘性変形が評価できる。粘弾性体の変形

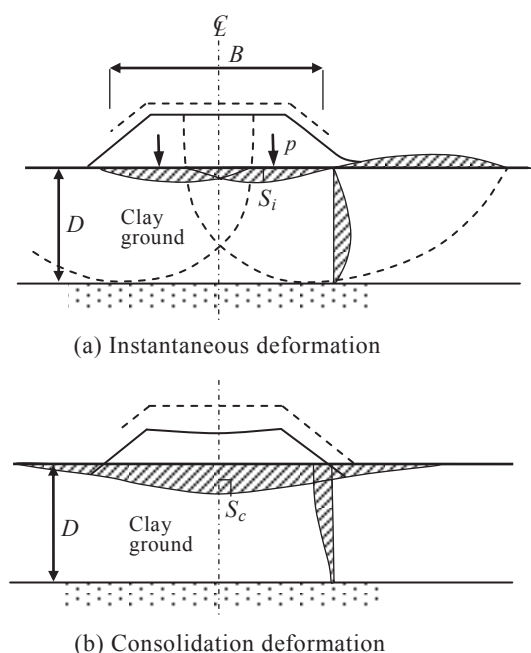


Fig. 1 Deformation of clay ground due to surface loading¹⁾.

*1 工学研究科土木工学専攻修士課程

*2 工学部土木工学科教授

定数を求めるには、レオロジー工学の分野で種々の測定方法が考案されている³⁾。

本論文は圧密試験により圧密した粘土試料について粘土梁によるたわみ試験を行い、たわみ量の時間的変化から圧密粘土の弾性係数と粘性係数とを同時に求める方法について検討したものである。

2. 実験の概要

JIS A 1217:2000 で規定する段階荷重圧密試験(標準圧密試験)では、内径 6.0cm の円筒形圧密容器を用いるのが普通である。ここでは、たわみ試験用の矩形断面の粘土供試体を作成するため、Fig.2 に示す直方体圧密容器を製作した。容器の寸法は幅 2.0cm、長さ 14.1cm で、圧密面積を内径 6.0cm の標準圧密試験容器($A=28.3\text{cm}^2$)と同じくしてある。このため、標準圧密試験で使用する荷重装置と荷重重(10kPa~1.28MPa)がそのまま使用できる。①は圧密容器部品、②③は供試体成形用具である。

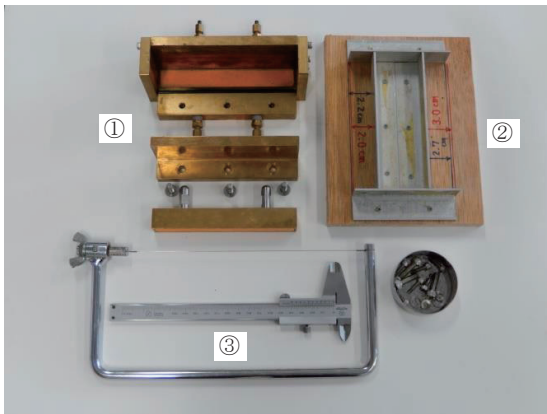


Fig. 2 Rectangular parallelepiped consolidometer.

実験に使用した粘土は、美術工芸用に市販されている彫塑粘土で、石粉や有機物を含まない自然土粘土である。物理試験の結果は、土粒子の密度 $\rho_s = 2.56 \text{ g/cm}^3$ 、自然含水比 $w_n = 36.2\%$ 、液性限界 $w_L = 58.2\%$ 、塑性限界 $w_p = 18.7\%$ 、粒度は $75 \mu\text{m}$ 通過率 100%、 $5 \mu\text{m}$ 以下(粘土分)含有率 77.5% であった。塑性図による分類では、CH(高液性限界粘土)に属する。この粘土を Fig.2 の圧密容器に初期厚

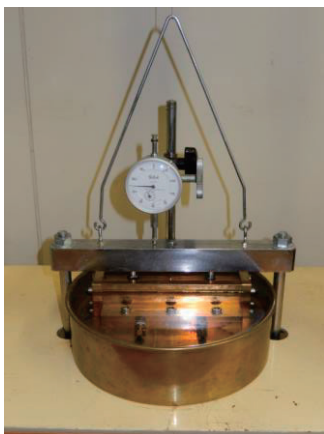


Fig. 3 Consolidation state test.

さ 2.0cm に成形セットし、20 kPa から 640 kPa までの荷重を直接荷重して圧密量を測定した。80 kPa 以上の圧密荷重については 10 kPa で予圧密を行った。荷重時間は標準圧密試験と同じ 24 時間とした。Fig.3 は試験中の圧密量測定状況である。

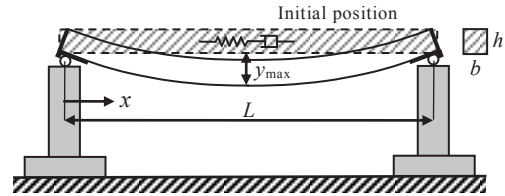


Fig. 4 Clay-beam deflection test.

24 時間圧密終了後、圧密容器を分解して粘土を取り出し、Fig.4 に示す粘土梁たわみ試験を実施した。粘土梁は両端可動支点による単純支持とし、たわみ量の測定は梁

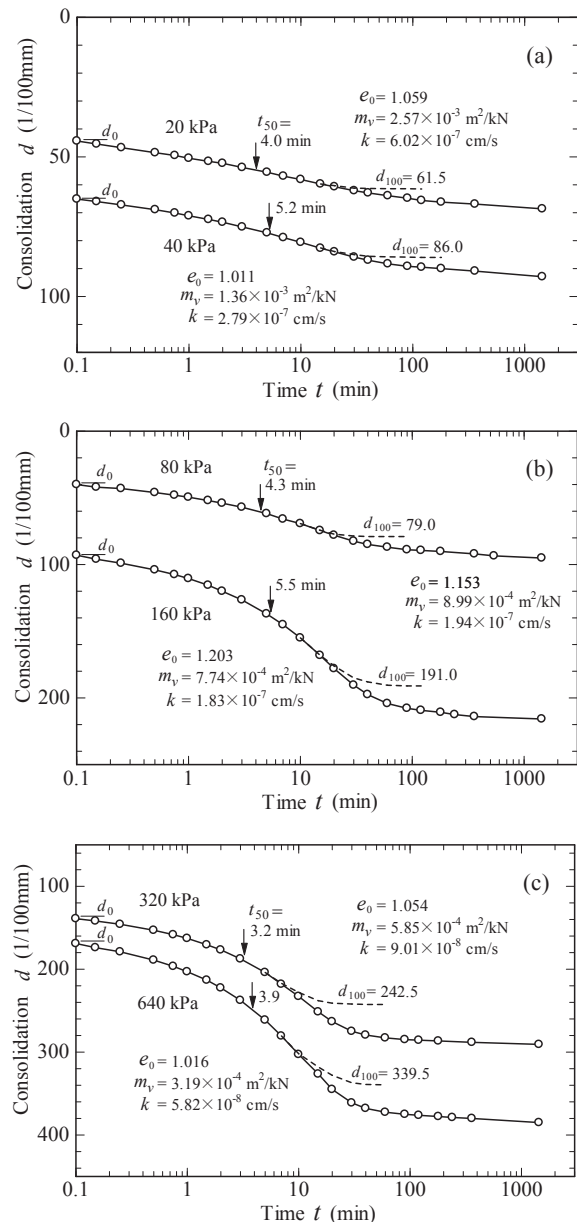


Fig. 5 Time-consolidation curves.

の中央背後に 1/200 スケール定規を鉛直に設置し、正面からのマイクロSCOPEによる読み取りにより行った。粘土梁の高さは、瞬間たわみが 0.5cm~1cmの大きさで測定されるよう Fig.2 の成形用具を用いて $h=1.0\text{ cm}$ または 0.5 cm に調整した。また、粘土梁の両端にはせん断力による粘土の変形を緩和するため、プラスチックの L 形ガイド(長さ 2.0cm)を添わせ、粘土梁の表面にはワセリンを塗付してたわみ測定中の粘土の乾燥を防止した。

Fig.5 は圧密試験で測定された圧密度-時間曲線を示したものである。図中の破線は、圧密曲線に曲線定規法を適用した状況を示し、フィッティングにより得られた一次圧密度(d_{100})と 50%圧密時間(t_{50})が示されている。体積圧縮係数 m_v は、荷重増分 Δp に対する初期補正を差し引いた全圧密度より求め、透水係数 k は一次圧密比に対する圧密係数 c_v から計算した。Fig.5 によれば、圧密圧力の増加につれ m_v および k は次第に減少していき、一次圧密終了後には二次圧密が発現している。

Fig.6 は各圧密圧力で圧密した粘土供試体のたわみ試験結果を示したものである。たわみは梁の中央位置($x=L/2$)で測定し、試験開始時に求めた粘土梁の寸法と重量(自重)を図中に示した。粘土梁は最初 0.5cm~1.5cm ほど急激に撓んだ後、自重によるたわみがゆっくりと増加していく様子がみられる。最初の数分間は、瞬間弾性たわみと粘性たわみとが重なった過渡的な変形(遅延弾性応答)がみられる。

3. 圧密粘土の粘弾性圧縮特性

等分布荷重 p_0 を受けるスパン L の弾性単純梁のたわみ y は次式で与えられる^{4,5)}。

$$y = \frac{P_0 x}{24EI} (x^3 - 2Lx^2 + L^3) \quad (2)$$

ここに E は弾性係数、 I は断面 2 次モーメントである。最大たわみは梁の中央 ($x=L/2$) で生じ、その大きさは

$$y_{\max} = \frac{5P_0 L^4}{384EI} \quad (3)$$

である。よって梁の I , L と荷重強さ(自重) p_0 が与えられ、たわみ y_{\max} が測定されれば、梁の弾性係数 E を求めることができる。

外力を受ける物体において、弾性変形と粘性変形とが連続的に生じる粘弾性体として Maxwell 固体を取り上げる。Maxwell 体は、瞬時変形を表すバネと粘性変形を表すダッシュポットが直列に繋がった力学モデルであり、線形 Maxwell 体に対する応力-ひずみ関係は次式で与えられる⁶⁾。

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{G} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (4)$$

ここに G はせん断弾性係数、 η は粘性係数である。

一方、準静的問題における弾性体と線形粘弾性体の応力-ひずみ関係に関する対応原理 (correspondence principle)によれば

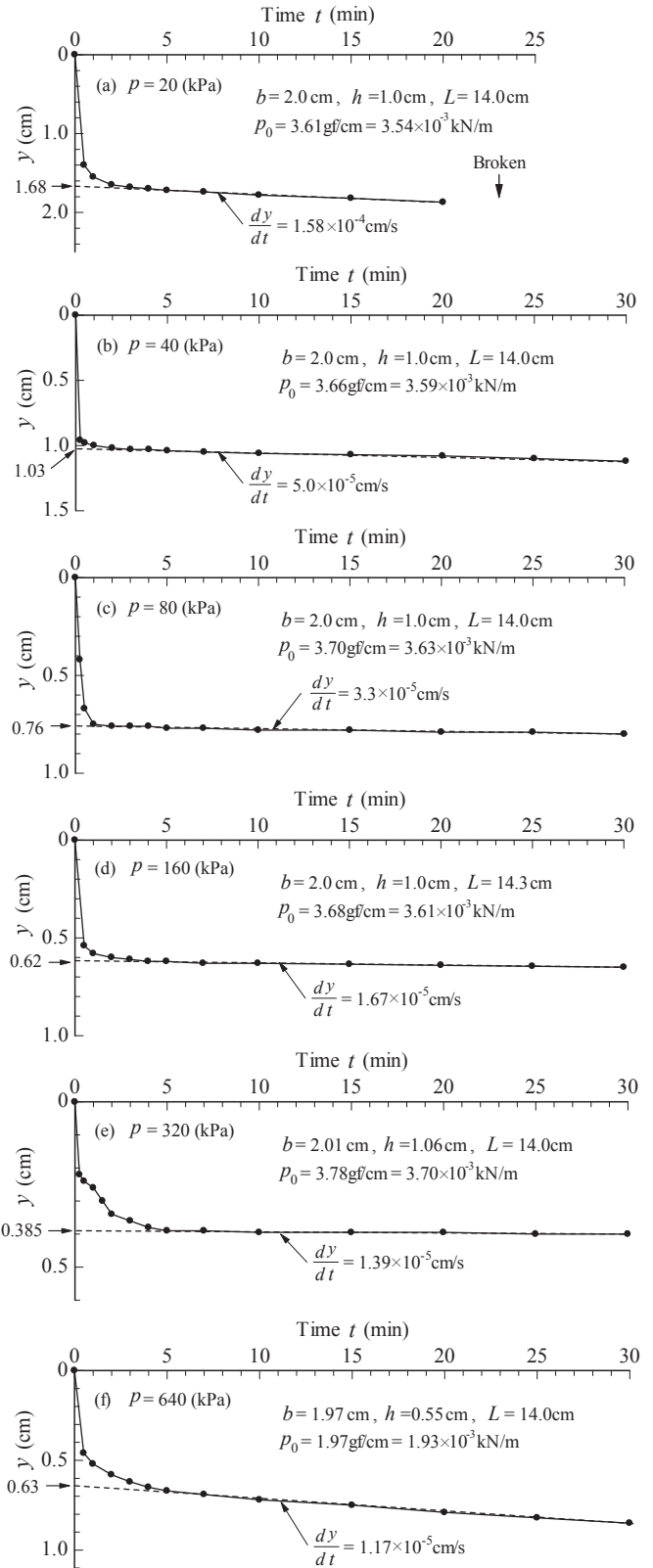


Fig. 6 Results of clay-beam deflection tests.

$$\begin{aligned} \text{Elastic} & & \text{Viscoelastic} \\ S_{ij} &= 2Ge_{ij} & \bar{P}(s)\bar{S}_{ij} = 2\bar{Q}(s)\bar{e}_{ij} \end{aligned} \quad (5a, b)$$

$$\sigma_{ii} = 3K\varepsilon_{ii} \quad \bar{\sigma}_{ii} = 3K\bar{\varepsilon}_{ii} \quad (6a, b)$$

の関係があり^{6,7)},ここに s_{ij} , e_{ij} はそれぞれ偏差応力, 偏差ひずみ, K は体積弾性係数, P , Q は粘弾性演算子, パーのついた量はラプラス変換, s はその核を表す. したがって, 弾性解に対する材料定数 G を Q/P に置き換えれば粘弾性体に対するラプラス変換解となり, その逆変換は粘弾性解となる.

式(3)に含まれる材料定数 $1/E$ を G と K を用いて表すと

$$\frac{1}{E} = \frac{3K+G}{9KG} \quad (7)$$

となるので, Maxwell 体に対する粘弾性演算子 $\{P\} = \{\partial_t + 1/\tau\}$, $\{Q\} = \{G\partial_t\}$ ($\tau = \eta/G$: 遅延時間) を上式右辺に用いると

$$\frac{3K/\tau + (3K+G)s}{9KGs^2} = \frac{1}{3\eta s^2} + \frac{3K+G}{9KGs} \quad (8)$$

となり, この逆変換を行うと⁸⁾式(3)に対する粘弾性解は

$$y = \frac{5P_0L^4}{384I} \left(\frac{1}{E} + \frac{t}{3\eta} \right) \quad (9)$$

で与えられる. 式(9)の右辺カッコ内より, 弾性係数 E による瞬間たわみとともに時間 t に比例する粘性たわみが生ずることがわかる. ($t=0$ では瞬間たわみのみである.)

前述のとおり弾性係数 E は, 瞬間たわみ y_E を測定することで得られる. 粘性たわみについては, 式(9)を時間 t に関して微分すると

$$\frac{dy}{dt} = \frac{5P_0L^4}{384I \cdot 3\eta} \quad (10)$$

となるので, 粘性係数 η は次式で求められる.

$$\eta = \frac{1}{3} \left(\frac{5P_0L^4}{384I} \right) / (dy/dt) \quad (11)$$

瞬間たわみの大きさは, 载荷直後の粘性たわみへの移行部分を無視し, 時間に比例して増加する粘性たわみの直線部分を延長して求めた (Fig.6 の y 軸に示した矢印). 弾性瞬間変形から粘性変形に移行する部分については, Kelvin モデル等による遅延圧縮現象として解析することも考えられるが, 問題を複雑にするだけであるのでここでは上述の方法によった. Table 1 は式(3)および式(11)によって求めた圧密粘土の弾性係数と粘性係数をまとめたものである. 圧密圧力 p の増加につれ, 粘土の弾性係数 E および粘性係数 η は増加していくが, その増加率は圧

Table 1 Viscoelastic properties obtained from the deflection test.

Pressure p (kPa)	Elastic deflection y_E (m)	Elastic modulus E (kN/m ²)	dy/dt (m/s)	Coefficient of viscosity η (kPa·s)
20	1.68×10^{-2}	6.30×10^2	1.58×10^{-6}	2.23×10^3
40	1.03×10^{-2}	1.04×10^3	5.00×10^{-7}	7.13×10^3
80	7.60×10^{-3}	1.47×10^3	3.30×10^{-7}	1.10×10^4
160	6.20×10^{-3}	1.89×10^3	1.67×10^{-7}	2.35×10^4
320	3.85×10^{-3}	2.48×10^3	1.39×10^{-7}	2.66×10^4
640	6.30×10^{-3}	5.59×10^3	1.17×10^{-7}	9.77×10^4

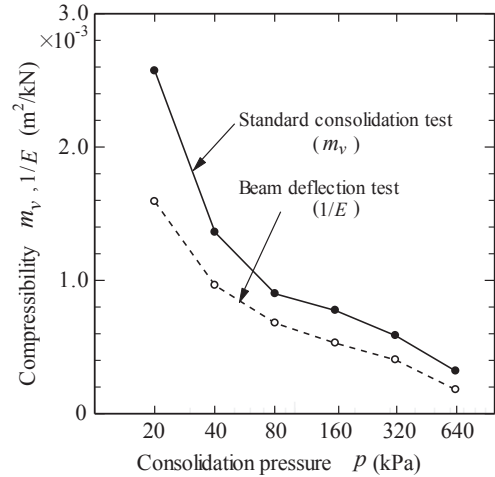


Fig. 7 Change in compressibility of clay with consolidation pressure.

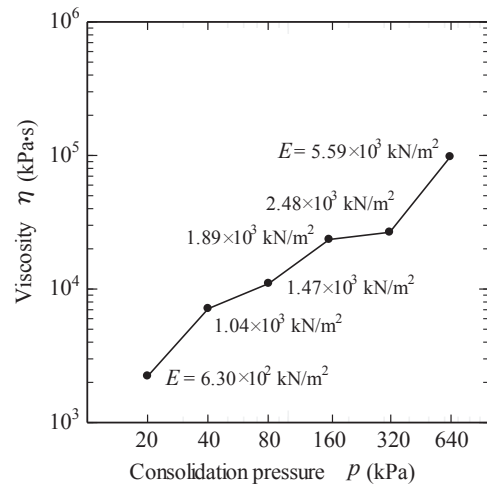


Fig. 8 Change in viscosity of clay with consolidation pressure.

密圧力の小さい段階での圧力増加に対して大きいようである.

Fig.7 と Fig.8 は, これらの関係をグラフ化したもので, Fig.7 では, 圧密試験から得られた体積圧縮係数 m_v とたわみ試験による弾性係数の逆数 $1/E$ (圧縮率) を比較して示している. $1/E$, m_v とも p の変化に対して似通った変化を示していることは興味深い. 圧密試験から得られる体積圧縮係数は, 圧密理論で導入された有効応力に係わる粘土構造骨格の圧縮率であり, 一方たわみ試験から求められた圧縮率は粘土粒子および間隙水を含めた粘土全体の巨視的な圧縮率である. Fig.7 によれば, 粘土構造骨格の圧縮率は粘土全体の巨視的圧縮率の約 1.5 倍の大きさとなっており, 両者とも圧密圧力の増加につれて同様の減少傾向を示している. ただし, たわみ試験から得られた圧縮率には, 载荷初期における粘性変形への移行成分が含まれていることや, 圧密終了後に容器から粘土を取り出し成形する際の粘土の乱れ等の影響も考えられ, これらについては今後精査する必要がある. (これらの影響によって弾性係数が小さく見積られる可能性がある.)

Fig.8 は圧密圧力の変化に対する粘土の粘性係数の変

化を示したものである。図中の測定点の横にはたわみ試験から得られた弾性係数も合わせて表示した。 $p=320\text{kPa}$ のときの値が若干小さく現れていることを除けば、全体的に粘性係数の対数が圧密圧力の対数に比例して増大していることがわかる。

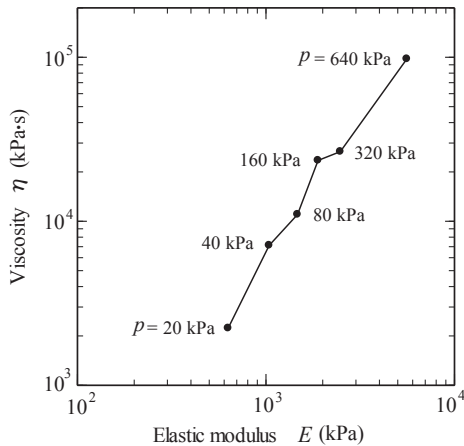


Fig. 9 Relation between elastic modulus and coefficient of viscosity of consolidated clay.

Fig.9 はたわみ試験から得られた粘土の弾性係数と粘性係数の関係を示したものである。弾性係数の増加率に対し、粘性係数は約 2 倍の増加率を示している。このことは、圧密により粘土骨格が収縮すると、その弾性的な変形に比して粘性変形が大きく低下し、さらに粘土骨格の体積圧縮係数は粘土の巨視的弾性係数と同様の変化を示すことから、せん断による粘土地盤の粘性変形は圧密が進行するにつれ大きく減少するものと考えられる。

外力が作用する半無限弾性体内の応力や変位についてはすでに多くの理論解が求められている^{9,10}。これらに対し、弾性体と線形粘弾性体の応力-ひずみ関係に関する対応原理^{6,7,8}を適用すれば、地盤全体の粘弾性挙動を解析することができる。特に、圧密計算では載荷重による載荷面直下あるいは載荷面両端付近の鉛直増加応力を用いて圧密沈下計算が多く行われるが、載荷面から離れた部分のせん断応力による地盤変位の時間的推移については、非排水状態での粘弾性体に基づく変形解析が有効と思われる。さらに、時間とともに進行する圧密沈下と飽和粘土全体の粘性変形がどのような割合で進むのかも興味ある問題であり今後検討していくつもりである。

4. あとがき

本研究は、飽和粘土の変形特性を表す弾性係数と粘性係数を、粘弾性理論に基づく梁のたわみ試験結果から求める方法について検討し、圧密圧力の強さによって粘土

の粘弾性特性がどのように変化するかを実験的に究明したものである。本研究を通じて得られた知見を要約すると以下のとおりである。

- 1) 圧密粘土梁のたわみ試験より、載荷直後の瞬間たわみに続いて、時間に比例して増加する粘性たわみが測定される。瞬間たわみの大きさから圧密粘土の巨視的弾性係数(非排水変形係数)が、たわみの時間変化率から巨視的粘性係数が求められる。
- 2) 圧密試験による粘土骨格の体積圧縮係数とたわみ試験による粘土の巨視的弾性係数の逆数(圧縮率)は、圧密圧力の増加に対し同様な減少傾向を示す。粘土の巨視的粘性係数は、その対数が圧密圧力の対数に比例して増大する傾向を示す。また、圧密による粘土の粘性係数の増加率は弾性係数の増加率の約 2 倍の大きさを示した。
- 3) 外力が作用する半無限弾性体内の応力や変位については多くの理論解が求められているので、本研究で用いた粘弾性理論に基づく粘土の変形特性の測定は、載荷重が加わる粘土地盤の即時変形の大きさや粘性変形の進行を推定する上で有効な手段と考えられる。

今回の実験結果は市販の彫塑粘土を用いた結果であり、試験で得られた特性が他の自然粘土でも同様に見られるのか今後実験を通じ検証していく必要がある。

参考文献

- 1) 稲田倍徳: 軟弱地盤の調査から設計施工まで, 鹿島出版会, pp.147-178 (1975)
- 2) 地盤工学会: 土質工学ハンドブック, 第 5 章 土の圧縮と圧密, pp.159-162 (1982)
- 3) 中江利昭監修: レオロジー工学とその応用技術, フィジテクノシステム, pp.201-223 (2001)
- 4) 酒井忠明: 構造力学, 技報堂, pp.55-73 (1970)
- 5) 成岡昌夫・遠田良喜: 土木構造力学, 市ヶ谷出版社, pp.71-87 (1991)
- 6) Y.C. Fung / 大橋義夫・村上澄男・神谷紀生共訳: 連続体の力学入門, 培風館, pp.189-231 (1973)
- 7) G.E. Mase: Continuum Mechanics, Chapter9 Viscoelasticity, McGraw-Hill, pp.196-216 (1970)
- 8) 近藤次郎: ラプラス変換とその応用, 培風館, pp.1-40 (1977)
- 9) 最上武雄編著: 土質力学, 第 3 章 応力伝播, 技報堂, pp.221-327 (1969)
- 10) 木村孟: 土の応力伝播, 土質工学基礎叢書 5, 鹿島出版会, pp.9-96 (1978)