東海大学紀要情報通信学部
Vol.15,No.2,2022,pp.1-6

論文

災害時の救援物資供給活動における多期間在庫流通計画問題に対する緩和固定法

森山 弘海[*1]，堀 圭佑[*2]

A Relax and Fix Method for a Multi-period Inventory Distribution Planning Problem in Disaster Relief Logistics

by

Hiroumi MORIYAMA[*1] and Keisuke HORI[*2]

(received on Sep. 30, 2022 & accepted on Jan. 11, 2023)

あらまし

多期間在庫流通計画問題は，多期間にわたり 1 つの供給点から複数の需要点に単一の品目を輸送するとき，輸送費用と在庫保管費用の総和が最小となるように各期の輸送量とその輸送に使用する車両を決定する問題である．当研究では，この問題を災害時の救援物資供給活動に適用するため，品目数を単一品目から多品目に拡張するとともに，需要点だけでなく供給点における在庫も考慮するように拡張した上で，総品切れ費用の最小化を目的関数とした問題を設定する．そして，この問題を混合整数計画問題に定式化するとともに，緩和固定法に基づくその近似解法を提案し，提案法の有効性を数値実験を通して検証する．

Abstract

We consider a multi-period inventory distribution planning problem in disaster relief logistics. This problem consists of determining the amount of transportation for each period and the vehicle used for the transportation so as to minimize the sum of lost sales costs when multiple items are transported from one supply point to many demand points over a finite number of periods. We propose a heuristic algorithm to solve the problem based on the relax and fix method. We then verify the effectiveness of the proposed algorithm through computational experiments.

キーワード：災害救援ロジスティクス，在庫，流通．混合整数計画法，緩和固定法

***Keywords:** Disaster Relief Logistics, Inventory, Distribution, Mixed Integer Programming, Relax and Fix Method*

1. はじめに

災害時におけるロジスティクス活動は，人道支援において必要不可欠なものであるが，これまでの災害時の救援物資供給活動においては，必要な物資が必要なときに必要な場所に届けられない事態や，不必要な物資が届けられる事態が発生している[1]．

他方，多期間在庫流通計画問題（Multi-period Inventory Distribution Planning Problem）と呼ばれる問題が研究されている[2]．この問題は，多期間にわたり1つの供給点から複数の需要点に単一の品目を輸送するとき，輸送費用と在庫保管費用の総和が最小となるように各期の輸送量とその輸送に使用する車両を決定する問題である．

当研究では，この問題を災害時の救援物資供給活動に適用するため，品目数を単一品目から多品目に拡張するとともに，需要点だけでなく供給点における在庫も考慮するように拡張する．さらに，災害時は，供給点における補充量の不足（限られた救援物資）や輸送車両の不足により，需要点（避難所）の需要量をもともと満たせない場合が多く想定されることから，総品切れ費用の最小化を目的関数とした問題を設定する．そして，この問題を混合整数計画問題に定式化し，緩和固定法（relax and fix method）に基づくその近似解法を提案する．さらに，提案法の有効性を数値実験を通して検証する．

上述の多期間在庫流通計画問題以外にも，この種の在庫と輸送を同時に計画する問題に関しては，これまでにいくつかの研究がある．Kim ら[3]は第 K 最短路問題のアルゴリズムに基づく，Chan ら[4]は最短路問題のアルゴリズムと線形計画法に基づく，Jin ら[5]は動的計画法とラグランジアン分解に基づく，Kang ら[6]は２段階法に基づく解法を提示している．しかし，これらの研究で取り扱われている問題は，当研究とは異なる観点から設定されたもので，いずれも総品切れ費用の最小化を目的としたものではない．

以下では，次の2.で，災害時の救援物資供給活動における多期間在庫流通計画問題を混合整数計画問題に定式化する．次いで3.において，緩和固定法に基づくこの問題の近似解法を提案する．そして4.では，提案した解法の有効性を数値実験で検証し，最後の5.で結論を述べる．

2. 定式化

ここでは，災害時の救援物資供給活動における多期間在庫流通計画問題を混合整数計画問題に定式化する．既述のように，当研究の多期間在庫流通計画問題は，文献[2]のそれを災害時の救援物資供給活動に適用するために拡張したものであるが，この文献の定式化においては，品目数を単一品目とし，需要点における在庫のみを考慮した上で，輸送

*1 経営学部経営学科 教授
School of Business Administration, Department of Business Administration, Professor
*2 情報通信学部経営システム工学科
School of Information and Telecommunication Engineering, Department of Management Systems Engineering

費用と在庫保管費用の総和の最小化を目的としている．これに対して以下では，品目数を多品目とし，需要点に加えて供給点の在庫も考慮した上で，総品切れ費用の最小化を目的とした定式化を示す．

需要点の集合を $M=\{1,2,\cdots,m\}$，供給点を 0 とし，需要点と供給点を併せた拠点の集合を $M_0=M\cup\{0\}$ とする．また，品目の集合を $N=\{1,2,\cdots,n\}$，車両タイプの集合を $V=\{1,2,\cdots,v\}$，計画期間の集合を $T=\{1,2,\cdots,t\}$，期間 0 を含む計画期間の集合を$T_0=T\cup\{0\}$ とする．さらに，次を定義する．

- c_{hik} ： 需要点 $h\in M$ における品目 $i\in N$ の期間 $k\in T$ の単位バックオーダー量あたりの品切れ費用
- d_{hik} ： 需要点 $h\in M$ における品目 $i\in N$ の期間 $k\in T$ の需要量
- b_j ： 車両タイプ $j\in V$ の最大積載量
- e_{ik} ： 供給点 0 における品目 $i\in N$ の期間 $k\in T$ の補充量
- r_h ： 供給点 0 と需要点 $h\in M$ 間の１往復あたりの輸送時間
- R ： １計画期間の規定時間
- f_{hi} ： 拠点 $h\in M_0$ における品目 $i\in N$ の初期在庫量
- g_{hi} ： 需要点 $h\in M$ における品目 $i\in N$ の初期バックオーダー量
- a_i ： 品目 $i\in N$ の単位量あたりの積載容量

このとき，変数 I_{hik}，s_{hik}，x_{hik}，y_{hjk} をそれぞれ

- I_{hik} ： 拠点 $h\in M_0$ における品目 $i\in N$ の期間 $k\in T_0$ の在庫量
- s_{hik} ： 需要点 $h\in M$ における品目 $i\in N$ の期間 $k\in T_0$ のバックオーダー量
- x_{hik} ： 需要点 $h\in M$ への品目 $i\in N$ の期間 $k\in T$ の輸送量
- y_{hjk} ： 供給点 0 と需要点 $h\in M$ 間の車両タイプ $j\in V$ による期間 $k\in T$ の往復輸送回数

とすると，災害時の救援物資供給活動における多期間在庫流通計画問題は次のような混合整数計画問題に定式化される．

$$\text{(P)}\quad \min.\quad \sum_{h\in M}\sum_{i\in N}\sum_{k\in T} c_{hik}s_{hik} \tag{1}$$

$$\text{s.t.}\quad I_{0ik}=I_{0,i,k-1}+e_{ik}-\sum_{h\in M}x_{hik},\quad i\in N,k\in T \tag{2}$$

$$I_{hik}-s_{hik}=I_{h,i,k-1}+x_{hik}-d_{hik}-s_{h,i,k-1},\quad h\in M,i\in N,k\in T \tag{3}$$

$$\sum_{i\in N}a_i x_{hik}\le\sum_{j\in V}b_j y_{hjk},\ h\in M,k\in T \tag{4}$$

$$\sum_{h\in M}r_h y_{hjk}\le R,\ \ j\in V,k\in T \tag{5}$$

$$I_{hi0}=f_{hi},\ \ h\in M_0,i\in N \tag{6}$$

$$I_{hit}=0,\ \ h\in M,i\in N \tag{7}$$

$$s_{hi0}=g_{hi},\ \ h\in M,i\in N \tag{8}$$

$$I_{hik}\ge 0,\ \ h\in M_0,i\in N,k\in T_0 \tag{9}$$

$$s_{hik}\ge 0,\ \ h\in M,i\in N,k\in T_0 \tag{10}$$

$$x_{hik}\ge 0,\ \ h\in M,i\in N,k\in T \tag{11}$$

$$y_{hjk}\in\{0,1,2,\cdots\},h\in M,j\in V,k\in T \tag{12}$$

ここで，式(1)は目的関数で品切れ費用の総和を最小化することを表す．そして式(2)は，供給点における在庫量，補充量，需要点への輸送量の関係を規定する．式(3)は，各需要点における在庫量，バックオーダー量，輸送量，需要量の関係を規定する．また式(4)は，各期間の各需要点への総輸送（積載）量が，各期間に各需要点へ訪問する車両タイプの最大積載量の総和以下であることを規定する．式(5)は，各期間の各車両タイプの総輸送時間が 1 期間の規定時間以下であることを規定する．また式(6)は，各拠点における各品目の初期在庫量を規定する．式(7)は，各需要点における各品目の最終期の在庫量が 0 であることを規定する．そして式(8)は，各需要点における各品目の初期バックオーダー量を規定する．

3. 緩和固定法

混合整数計画問題は NP 困難とよばれる問題クラスに属するため[7]，通常，問題の規模が大きくなると，汎用の混合整数計画ソルバー（以下では MIP ソルバーと記す）を用いて (P) の最適解を求めることが難しくなる．そこでここでは，混合整数計画問題の一部の整数変数を「連続緩和変数」または「固定変数」に変更した（MIP ソルバーで求解可能な）問題を解くことにより，元の混合整数計画問題の近似解を求める方法である緩和固定法（relax and fix method）[8),9)]に着目し，それに基づく (P) の近似解法を提案する．

いま，計画期間の集合 $T=\{1,2,\cdots,t\}$ を W 個の集合 $T^1=\{1,2,\cdots,t_1\}$，$T^2=\{t_1+1,t_1+2,\cdots,t_2\}$，$\cdots$，$T^W=\{t_{W-1}+1,t_{w-1}+2,\cdots,t\}$ に分割する．また，これらの集合 $T^1,T^2,\cdots,T^W$ に対応した W 個の T の部分集合 $U^\rho=\{t_\rho+1,t_\rho+2,\cdots,u_\rho\},\rho=1,2,\cdots,\mathrm{W}-1,U^W=\emptyset$ と，W 個の T の部分集合 $\Omega^\rho=\{1,2,\cdots,\omega_\rho\},\rho=1,2,\cdots,W$を定義する．ただし，$(T^\rho\cup U^\rho)\subseteq\Omega^\rho,\rho=1,2,\cdots,\mathrm{W}$ であるものとする（ω_W は $\omega_W=t$ と一意に定まることに注意）．そして，(P) における集合 T を集合 Ω^1 に置き換え，制約式(7)の t を ω_1 に置き換え，制約式(12)を

$$y_{hjk}\in\{0,1,2,\cdots\},\ \ h\in M,j\in V,k\in T^1\cup U^1 \tag{13}$$

$$y_{hjk}\ge 0,\ \ h\in M,j\in V,k\in\Omega^1\setminus(T^1\cup U^1) \tag{14}$$

に置き換えた問題 (P^1) と，(P) における集合 T を集合 Ω^ρ に置き換え，制約式(7)の t を ω_ρ に置き換え，制約式(12)を

$$y_{hjk}=y_{hjk}^{\rho-1},\ \ h\in M,j\in V,k\in\textstyle\bigcup_{l=1}^{\rho-1}T^l \tag{15}$$

$$y_{hjk}\in\{0,1,2,\cdots\},\ \ h\in M,j\in V,k\in T^\rho\cup U^\rho \tag{16}$$

$$y_{hjk}\ge 0,\ \ h\in M,j\in V,k\in\Omega^\rho\setminus\left(\left(\textstyle\bigcup_{l=1}^{\rho}T^l\right)\cup U^\rho\right) \tag{17}$$

に置き換えた問題 $(\mathrm{P}^\rho),\rho=2,3,\cdots,W$ を考える．ただし，$\left(y_{hjk}^{\rho-1}\right)$ は$(\mathrm{P}^{\rho-1})$の実行可能解である．

ここで，(P^1) は (P) の計画期間を Ω^1 に限定した上で，計

画期間 $T^1 \cup U^1$ における (P) の整数変数 (y_{hjk}) を自由変数（元のままの変数）とし，それら以外の計画期間における (P) の整数変数 (y_{hjk}) を連続緩和変数とした問題である．また，$(\mathrm{P}^\rho), \rho = 2,3,\cdots,W$ は (P) の計画期間を Ω^ρ に限定した上で, 計画期間 $\bigcup_{l=1}^{\rho-1} T^l$ における (P) の整数変数 (y_{hjk}) を $(\mathrm{P}^{\rho-1})$ の実行可能解に固定した固定変数とし，計画期間 $T^\rho \cup U^\rho$ における (P)の整数変数 (y_{hjk}) を自由変数とし，それら以外の計画期間における (P) の整数変数 (y_{hjk}) を連続緩和変数とした問題である．当研究で提案する緩和固定法は, MIP ソルバーを用いて $(\mathrm{P}^\rho), \rho = 1,2,\cdots,W$ の実行可能解（最適解または近似解）を順次算出することで (P) の近似解を求める．

例えば，需要点の集合が $M = \{1,2,3\}$，車両タイプの集合が $V = \{1,2\}$，計画期間の集合が $T = \{1,2,3,4,5\}$ である場合の問題に，$W = 4$ とし，

- $T^1 = \{1\}$, $T^2 = \{2\}$, $T^3 = \{3\}$, $T^4 = \{4,5\}$
- $U^1 = \{2\}$, $U^2 = \{3\}$, $U^3 = \{4\}$, $U^4 = \emptyset$
- $\Omega^1 = \{1,2,3\}$, $\Omega^2 = \{1,2,3,4\}$, $\Omega^3 = \{1,2,3,4,5\}$, $\Omega^4 = \{1,2,3,4,5\}$

と設定した場合の緩和固定法を適用すると，その手順は次のようになる．

(1) (P) の計画期間を $\Omega^1 = \{1,2,3\}$ に限定した上で，計画期間 $T^1 \cup U^1 = \{1,2\}$ における (P) の整数変数 (y_{hjk}) を自由変数とし，それら以外の計画期間 $\{3\}$ における (P) の整数変数 (y_{hjk}) を連続緩和変数とした問題 (P^1) を設定し，その実行可能解をMIPソルバーを用いて求める（Fig.1の(a)参照）.

(2) (P) の計画期間を $\Omega^2 = \{1,2,3,4\}$ に限定した上で，計画期間 $T^1 = \{1\}$ における (P) の整数変数 (y_{hjk}) を(P^1) の実行可能解 (y^1_{hjk}) に固定した固定変数とし，計画期間 $T^2 \cup U^2 = \{2,3\}$ における (P) の整数変数 (y_{hjk}) を自由変数とし，それら以外の計画期間 $\{4\}$ における (P) の整数変数 (y_{hjk}) を連続緩和変数とした問題 (P^2) を設定し，その実行可能解をMIPソルバーを用いて求める（Fig.1の(b)参照）.

(3) (P) の計画期間を $\Omega^3 = \{1,2,3,4,5\}$ に限定した上で，計画期間 $T^1 \cup T^2 = \{1,2\}$ における (P) の整数変数 (y_{hjk}) を(P^2) の実行可能解 (y^2_{hjk}) に固定した固定変数とし，計画期間 $T^3 \cup U^3 = \{3,4\}$ における (P) の整数変数 (y_{hjk}) を自由変数とし，それら以外の計画期間 $\{5\}$ における (P) の整数変数 (y_{hjk}) を連続緩和変数とした問題 (P^3) を設定し，その実行可能解をMIPソルバーを用いて求める（Fig.1の(c)参照）.

(4) (P) の計画期間を $\Omega^4 = \{1,2,3,4,5\}$ に限定した上で， 計画期間 $T^1 \cup T^2 \cup T^3 = \{1,2,3\}$ における (P) の整数変数 (y_{hjk}) を(P^3) の実行可能解 (y^3_{hjk}) に固定した固定変数とし，計画期間 $T^4 \cup U^4 = \{4,5\}$ における (P) の整数変数 (y_{hjk}) を自由変数とした問題 (P^4) を設定し, その実行可能解をMIPソルバーを用いて求める（Fig.1の(d)参照）．このとき, (P^4) の実行可能解が元の問題 (P) の近似解となる.

		$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$
$h=1$	$j=1$	y_{111}	y_{112}	y_{113}		
	$j=2$	y_{121}	y_{122}	y_{123}		
$h=2$	$j=1$	y_{211}	y_{212}	y_{213}		
	$j=2$	y_{221}	y_{222}	y_{223}		
$h=3$	$j=1$	y_{311}	y_{312}	y_{313}		
	$j=2$	y_{321}	y_{322}	y_{323}		

Integer Variables　Relaxed Variables

(a) Problem (P^1)

		$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$
$h=1$	$j=1$	y_{111}	y_{112}	y_{113}	y_{114}	
	$j=2$	y_{121}	y_{122}	y_{123}	y_{124}	
$h=2$	$j=1$	y_{211}	y_{212}	y_{213}	y_{214}	
	$j=2$	y_{221}	y_{222}	y_{223}	y_{224}	
$h=3$	$j=1$	y_{311}	y_{312}	y_{313}	y_{314}	
	$j=2$	y_{321}	y_{322}	y_{323}	y_{324}	

Fixed Variables　Integer Variables　Relaxed Variables

(b) Problem (P^2)

		$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$
$h=1$	$j=1$	y_{111}	y_{112}	y_{113}	y_{114}	y_{115}
	$j=2$	y_{121}	y_{122}	y_{123}	y_{124}	y_{125}
$h=2$	$j=1$	y_{211}	y_{212}	y_{213}	y_{214}	y_{215}
	$j=2$	y_{221}	y_{222}	y_{223}	y_{224}	y_{225}
$h=3$	$j=1$	y_{311}	y_{312}	y_{313}	y_{314}	y_{315}
	$j=2$	y_{321}	y_{322}	y_{323}	y_{324}	y_{325}

Fixed Variables　Integer Variables　Relaxed Variables

(c) Problem (P^3)

		$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$
$h=1$	$j=1$	y_{111}	y_{112}	y_{113}	y_{114}	y_{115}
	$j=2$	y_{121}	y_{122}	y_{123}	y_{124}	y_{125}
$h=2$	$j=1$	y_{211}	y_{212}	y_{213}	y_{214}	y_{215}
	$j=2$	y_{221}	y_{222}	y_{223}	y_{224}	y_{225}
$h=3$	$j=1$	y_{311}	y_{312}	y_{313}	y_{314}	y_{315}
	$j=2$	y_{321}	y_{322}	y_{323}	y_{324}	y_{325}

Fixed Variables　Integer Variables

(d) Problem (P^4)

Fig. 1 Iterations of Relax and Fix Method

なお，緩和固定法の上記のパラメータ W，$t_\rho(\rho=1,2,\cdots,W-1)$，$u_\rho(\rho=1,2,\cdots,W-1)$，$\omega_\rho(\rho=1,2,\cdots,W-1)$ は，新たなパラメータ $\lambda(0<\lambda\leq t)$，$\mu(0\leq\mu\leq t-\lambda)$，$\nu(0\leq\nu\leq t-\lambda-\mu)$ を導入し，全ての $|T^\rho|$ ができる限り λ に等しくなり，全ての $|U^\rho|$ ができる限り μ に等しくなり，全ての $\left|\Omega^\rho\setminus\left(\bigcup_{l=1}^{\rho}T^l\right)\cup U^\rho\right|$ ができる限り ν に等しくなることを意図して，次のように定めた．ただし，$\lceil\cdot\rceil$ は・以上の最小の整数を表す．

$$W=\lceil t/\lambda\rceil \tag{18}$$

$$t_\rho=\rho\cdot\lambda,\quad \rho=1,2,\cdots,W-1 \tag{19}$$

$$u_\rho=\begin{cases}t_\rho+\mu, & t_\rho+\mu<t\\ t, & \text{その他}\end{cases},\quad \rho=1,2,\cdots,W-1 \tag{20}$$

$$\omega_\rho=\begin{cases}u_\rho+\nu, & u_\rho+\nu<t\\ t, & \text{その他}\end{cases},\quad \rho=1,2,\cdots,W-1 \tag{21}$$

例えば，$t=5$ である問題において $\lambda=2,\mu=1,\nu=1$ と設定した場合は，$W=\lceil 5/2\rceil=3$ となり，$t_1=2,t_2=4,u_1=3,u_2=5,\omega_1=4,\omega_2=5$ と定まる．

4. 数値実験

提案した緩和固定法に基づく近似解法（以下では RAF 法と呼ぶ）と (P) を MIP ソルバーで解く方法（以下では MIP 法と呼ぶ）を比較するために数値実験を実施した．数値実験で使用した実験データの作成方法と実験環境に関しては以下の通りである．

(1) 需要点数 m は $m=10,15,20$ の 3 通り，品目数 n は $n=10,15,20$ の 3 通り，計画期間数 t は $t=10,15,20$ の 3 通りとし，車両タイプ数 v は，$m=10$ の場合は $v=3$，$m=15$ の場合は $v=4$，$m=20$ の場合は $v=5$ とした．

(2) 需要点 $h\in M$ における品目 $i\in N$ の期間 $k\in T$ の単位バックオーダー量あたりの品切れ費用 c_{hik} は $c_{hik}=1$ とした．

(3) 需要点 $h\in M$ における品目 $i\in N$ の期間 $k\in T$ の需要量 d_{hik} は次式で定めた．

$$d_{hik}=U[0,100] \tag{22}$$

ただし，$U[0,100]$ は $[0,100]$ の一様整数乱数である．

(4) 供給点 0 における品目 $i\in N$ の期間 $k\in T$ の補充量 e_{ik} は次式で定めた．

$$e_{ik}=\sum_{h\in M}d_{hik} \tag{23}$$

(5) 1 計画期間の規定時間 R は $R=100$ とし，供給点 0 と需要点 $h\in M$ 間の 1 往復あたりの輸送時間 r_h は次式で定めた．

$$r_h=U\left[0.5\cdot\frac{Rv}{m},1.0\cdot\frac{Rv}{m}\right] \tag{24}$$

ただし，$U\left[0.5\cdot\frac{Rv}{m},1.0\cdot\frac{Rv}{m}\right]$ は $\left[0.5\cdot\frac{Rv}{m},1.0\cdot\frac{Rv}{m}\right]$ の一様整数乱数である．

(6) 車両タイプ $j\in V$ の最大積載量 b_j は，パラメータ θ を事前に与えて，次式で定めた．

$$b_j=\left\lceil\theta\cdot\frac{\sum_{h\in M}\sum_{i\in N}\sum_{k\in T}d_{hik}}{m\cdot t}\right\rceil \tag{25}$$

Table 1 Computational Results ($\theta=0.7$)

t	m	n	z^{RAF}	z^{MIP}	$ratio$	$time$
		10	28460.0	29196.0	0.975	12.01
	10	15	41829.0	44672.0	0.936	15.50
		20	53666.0	61635.0	0.871	36.23
		10	39758.0	42910.0	0.927	67.69
10	15	15	58650.0	62831.0	0.933	102.64
		20	79176.0	86120.0	0.919	76.43
		10	47730.0	51412.0	0.928	45.64
	20	15	71785.0	79457.0	0.903	74.87
		20	88434.0	102801.0	0.860	107.54
		10	55070.0	59012.0	0.933	42.86
	10	15	81966.0	91270.0	0.898	61.99
		20	105873.0	129695.0	0.816	38.47
		10	74732.0	80497.0	0.928	84.22
15	15	15	118164.0	129421.0	0.913	96.97
		20	156968.0	185178.0	0.848	113.57
		10	95942.0	109073.0	0.880	67.23
	20	15	146859.0	159302.0	0.922	106.89
		20	190741.0	221524.0	0.861	141.57
		10	101428.0	111810.0	0.907	35.80
	10	15	145382.0	165050.0	0.881	69.84
		20	193467.0	233008.0	0.830	72.05
		10	141114.0	154576.0	0.913	79.53
20	15	15	219435.0	254948.0	0.861	107.90
		20	287478.0	327859.0	0.877	145.33
		10	154021.0	189656.0	0.812	82.60
	20	15	234853.0	285868.0	0.822	95.04
		20	305363.0	386066.0	0.791	195.20

(7) 拠点 $h\in M_0$ における品目 $i\in N$ の初期在庫量 f_{hi} は $f_{hi}=0$ とした．

(8) 需要点 $h\in M$ における品目 $i\in N$ の初期バックオーダー量 g_{hi} は $g_{hi}=0$ とした．

(9) 品目 $i\in N$ の単位量あたりの積載容量 a_i は $a_i=1$ とした．

(10) 使用計算機は Intel(R) Core(TM) i7-7700HQ CPU 2.80GHz（2-core）の CPU と 16GB のメモリを搭載した PC（OS：Windows 10 Home 64bit）で，使用言語は Python である．

(11) 使用した MIP ソルバーは Gurobi Optimization Version 9.1.2[10]である．

(12) RAF 法のパラメータ $\lambda,\ \mu,\ \nu$ は $\lambda=1,\ \mu=1,\ \nu=1$ に設定した．

Table 2 Computational Results ($\theta = 0.8$)

t	m	n	z^{RAF}	z^{MIP}	$ratio$	$time$
10	10	10	5087.0	8269.0	0.615	134.20
		15	7741.0	14333.0	0.540	262.27
		20	9638.0	17327.0	0.556	225.97
	15	10	7195.0	10250.0	0.702	246.15
		15	11498.0	18057.0	0.637	255.16
		20	14662.0	25844.0	0.567	262.16
	20	10	7387.0	12030.0	0.614	210.84
		15	11216.0	16574.0	0.677	187.41
		20	16832.0	29214.5	0.576	246.76
15	10	10	7276.0	12690.0	0.573	269.70
		15	10934.0	20231.0	0.540	277.83
		20	14461.0	30114.0	0.480	263.67
	15	10	10248.0	20919.0	0.490	329.54
		15	16323.0	30831.0	0.529	373.44
		20	25605.0	39179.0	0.654	399.46
	20	10	11150.0	17827.0	0.625	261.83
		15	18362.0	49730.0	0.369	290.49
		20	24662.0	53463.0	0.461	402.47
20	10	10	10963.0	25016.0	0.438	285.76
		15	16801.0	38611.8	0.435	327.65
		20	22576.0	57385.0	0.393	425.14
	15	10	15516.0	30957.1	0.501	439.58
		15	23784.0	56544.4	0.421	536.58
		20	31296.0	90948.0	0.344	591.97
	20	10	14777.0	32800.0	0.451	298.79
		15	22069.0	52642.0	0.419	395.68
		20	30582.0	118239.4	0.259	542.78

Table 3 Computational Results ($\theta = 0.9$)

t	m	n	z^{RAF}	z^{MIP}	$ratio$	$time$
10	10	10	1908.0	2050.0	0.931	111.99
		15	2710.0	2624.0	1.033	116.16
		20	3232.0	3702.5	0.873	107.01
	15	10	2692.0	3360.0	0.801	174.38
		15	4423.0	7241.0	0.611	205.29
		20	5639.0	8876.5	0.635	201.58
	20	10	3197.0	3843.0	0.832	145.12
		15	4726.0	5870.0	0.805	111.86
		20	6955.0	9765.0	0.712	166.58
15	10	10	2756.0	3380.0	0.815	168.72
		15	3910.0	6941.0	0.563	214.88
		20	5095.0	7252.0	0.703	167.49
	15	10	3927.0	6749.0	0.582	178.44
		15	6104.0	8386.0	0.728	269.52
		20	8480.0	13483.0	0.629	362.07
	20	10	4750.0	7614.0	0.624	164.84
		15	6350.0	10204.0	0.622	255.56
		20	9560.0	15490.0	0.617	291.93
20	10	10	4244.0	4416.0	0.961	183.16
		15	5398.0	6747.0	0.800	226.20
		20	8319.0	11852.0	0.702	333.65
	15	10	5704.0	9009.0	0.633	292.06
		15	9564.0	14877.0	0.643	428.49
		20	11737.0	20490.0	0.573	454.76
	20	10	6178.0	10488.0	0.589	145.63
		15	8877.0	13212.0	0.672	256.31
		20	12392.0	21290.0	0.582	421.75

(13) RAF 法における各$(\mathrm{P}^{\rho}), \rho = 1,2,\cdots,W$ の計算は，相対誤差（$=$ (上界値 $-$ 下界値)/上界値）が 0.05 以下の実行可能解の求解，もしくは，計算時間 30 秒で打ち切りとした．

(14) MIP法の計算は，$t = 10$ の場合は計算時間300秒，$t = 15$ の場合は計算時間450秒，$t = 20$ の場合は計算時間600秒で打ち切りとした．なお，打切りの場合には，その時点で求まっている最良の実行可能解を出力した．

以上の環境の下に実施した数値実験の結果を Table 1～3 に示す．ただし，Table 1～3 に関しては以下の通りである．

(1) Table 1～3 は式(25)のパラメータθをそれぞれ 0.7,0.8,0.9 とした場合の結果である．

(2) Table 1～3 の z^{RAF} は RAF 法で求まった実行可能解の目的関数値である．

(3) Table 1～3 の z^{MIP} は MIP 法で求まった実行可能解の目的関数値である．なお，MIP 法は全ての問題例で計算打ち切り時間以内に最適解を確認できなかった．

(4) Table 1～3 の $ratio$ は z^{MIP} に対する z^{RAF} の比率で $ratio = z^{\mathrm{RAF}}/z^{\mathrm{MIP}}$ である．

(5) Table 1～3 の $time$ は RAF 法の計算時間で単位は秒である．

Table 1～3 の結果は，全 81 題中（$\theta = 0.9, t = 10, m = 10, n = 15$ の問題例を除く）80 題の問題例において， RAF 法の方が MIP 法よりも，より良い実行可能解がより少ない計算時間で求まったことを示している．また，それら 80 題の問題例における z^{MIP} に対する z^{RAF} の比率 $ratio$ は，$\theta = 0.7$ の場合では 0.791～0.975，$\theta = 0.8$の場合では 0.259～0.702，$\theta = 0.9$ の場合では 0.563～0.961 となり，問題例によ

って良さの程度が大きく異なることを示している．

さらに，RAF 法は，解法の性質上，計画期間数 t が大きくなるほど計算時間 $time$ が増加する傾向にあると考えられるが，パラメータ θ ごとの各 t における 9 題の問題の計算時間 $time$ の平均値は，$\theta = 0.7$ の場合では 59.84 秒（$t = 10$），83.75 秒（$t = 15$），98.14 秒（$t = 20$），$\theta = 0.8$の場合では 225.66 秒（$t = 10$），318.71 秒（$t = 15$），427.10 秒（$t = 20$），$\theta = 0.9$ の場合では 148.89 秒（$t = 10$），230.38 秒（$t = 15$），304.67 秒（$t = 20$）となり，その傾向があることを示している．

5. おわりに

当研究では，災害時の救援物資供給活動における多期間在庫流通計画問題を設定し，それを混合整数計画問題に定式化した．そして，この問題の緩和固定法に基づく近似解法を提案し，その有効性を検証するための数値実験を実施した．数値実験では，緩和固定法に基づく近似解法と問題の定式化を MIP ソルバーで解く方法の比較を行った．その結果，需要点数，品目数，計画期間数がそれぞれ 10〜20 である全 81 題中 80 題の問題例において，緩和固定法に基づく近似解法の方が，問題の定式化を MIP ソルバーで解く方法よりも，より良い実行可能解がより少ない計算時間で求まることを検証した．

しかしながら，提案法の実用性を高めるためには，求まる解を更に改良するとともに，計算時間の更なる短縮が必要である．それゆえ今後，解の改善方法や問題の縮小化方法などを開発し，提案法の一層の効率化を図る必要がある．

参考文献

1) 矢野裕児，“東日本大震災での緊急救援物資供給の問題点と課題，” 物流問題研究，Vol.56, pp.11-15, 2011
2) J.-U. Kim and Y.-D. Kim, “A Lagrangian Relaxation Approach to Multi-Period Inventory/Distribution Planning,” *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 51, No. 3, pp. 364-370, 2000
3) J.-U. Kim and Y.-D. Kim, “A Decomposition Approach to a Multi-period Vehicle Scheduling Problem”, *Omega*, Vol. 27, Issue 4, pp. 421-430, 1999
4) L. M. A. Chan, A. Muriel, Z. J. Shen, D. Simchi-Levi and C.P. Teo, “Effective Zero-inventory-ordering Policies for the Single-warehouse Multiretailer Problem with Piecewise Linear Cost Structures”, *Management Science*, Vol. 4, No. 11, pp. 1446–1460, 2002
5) Y. Jin and A. Muriel, “Single-warehouse Multi-retailer Inventory Systems with Full Truckload Shipments”, *Naval Research Logistics*, Vol. 56, Issue 5, pp. 450-464, 2009
6) J. -H. Kang and Y. -D. Kim, “Coordination of Inventory and Transportation Managements in a Two-level Supply Chain,” *International Journal of Production Economics*, Vol. 123, Issue 1, pp. 137-145, 2010
7) 久保幹雄，田村明久，松井知己 編集，応用数理計画ハンドブック，朝倉書店, 2002
8) Y. Pochet and L. A. Wolsey, *Production Planning by Mixed Integer Programming*, Springer, 2006
9) L. A. Wolsey, *Integer Programming*, john Wiley and Sons, 1998
10) Gurobi Optimization, Inc. Gurobi Optimizer Reference Manual Version 8.1.0, 2018